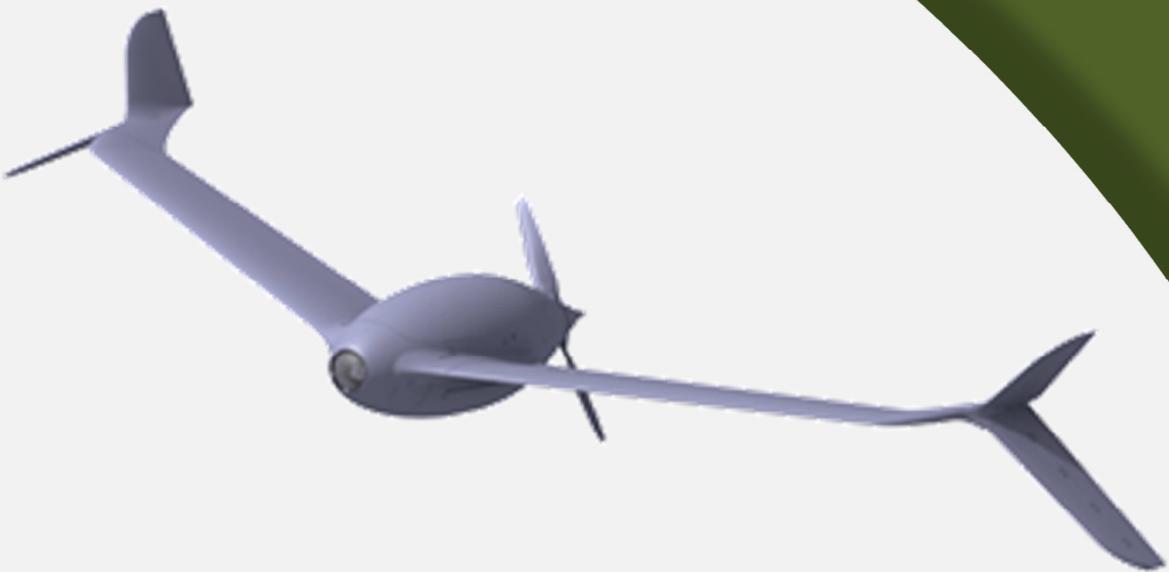


— Aurélien, Adrien et André Cabarbaye —

# Conception optimale déterministe et probabiliste

Collection  
*L'ingénierie en pratique*



**CAD**  
Innov.

Cab Innovation Editeur

# Avant-propos

La conception des produits est dorénavant contrainte par des exigences environnementales et sociétales, en termes de réduction de déchets, de ressources consommées, d'efficacité énergétique et de réponse au juste besoin, auxquelles il n'est plus possible de se soustraire.

Répondant à ces enjeux, la conception optimale consiste à trouver les meilleures solutions, conformes à toutes ces exigences, au moyen d'outils mathématiques d'optimisation.

Mais la conception est encore loin d'être optimale dans les bureaux d'études où la première solution trouvée est souvent celle qui est finalement retenue, après quelques ajustements.

En dépit des outils numériques disponibles, le processus de conception reste encore traditionnel et s'apparente à un long travail d'essais et d'erreurs :

- un premier modèle numérique du concept (prototype virtuel) est d'abord élaboré par le concepteur,
- ce modèle est testé à l'aide de différents outils de simulation numérique (mécanique, thermique, aérodynamique...) afin d'évaluer ses performances et pouvoir valider ses caractéristiques.
- après analyse des résultats, le concept est alors modifié et re-testé autant de fois que nécessaire jusqu'à l'obtention d'une solution conforme aux exigences du cahier des charges.

L'efficacité de ce processus de conception est conditionnée par la capacité du concepteur à apporter des solutions pertinentes et des modifications appropriées pour limiter le nombre d'itérations avant de converger vers une solution acceptable.

Mais cette solution acceptable n'a aucune raison d'être optimale, en termes de performance et de coût, et sera vite dépassée par celle d'un concepteur plus talentueux (ou plus chanceux).

Par ailleurs, le cloisonnement en différents métiers nuit gravement à l'optimisation des systèmes car l'optimum global résulte rarement de la juxtaposition des optima locaux identifiés dans chacune des disciplines.

L'optimisation n'est pourtant pas l'apanage de mathématiciens de haut vol et doit être effectuée par les concepteurs eux-mêmes, s'ils veulent assurer la

pérennité de leur activité, d'autant qu'ils sont les mieux placés pour formuler et résoudre leur problématique.

Elle peut être réalisée au moyen d'outils génériques, relativement faciles d'emploi, et se fonder sur des méthodes d'optimisation hybride (globale/locale) capables de trouver des solutions difficiles à imaginer car situées au-delà du voisinage des solutions connues.

La conception peut concerner un produit élémentaire (forme, topologie, caractéristiques...) ou un système complet mettant en œuvre des technologies multiples et faisant appel à de nombreux métiers (génie mécanique, mécanique des fluides, électronique, etc.).

Elle peut résulter d'un dimensionnement déterministe, s'appuyant sur des hypothèses et normes plus ou moins conservatives (coefficient de sécurité ou analyse de pire cas), ou d'une approche probabiliste susceptible de réduire les marges tout en maîtrisant les dispersions (tolérance, dérive, condition environnementale, mission, etc.).

Ce livre didactique vulgarise les fondements théoriques de la conception optimale, déterministe et probabiliste, qu'il illustre de cas d'application divers.

# Table des matières

<b>Avant-propos</b> .....	<b>7</b>
<b>Table des matières</b> .....	<b>9</b>
<b>1. Introduction</b> .....	<b>13</b>
<b>2. Expression du besoin</b> .....	<b>17</b>
<b>2.1. Analyse fonctionnelle</b> .....	<b>17</b>
2.1.1. Analyse Fonctionnelle Externe .....	17
2.1.2. Analyse Fonctionnelle Interne.....	21
<b>2.2. Quand le besoin peut s'élargir à différents services</b> .....	<b>22</b>
<b>2.3. Quand le besoin est aléatoire</b> .....	<b>23</b>
<b>3. Dimensionnement optimal déterministe</b> .....	<b>27</b>
<b>3.1. Rappel sur l'optimisation</b> .....	<b>28</b>
3.1.1. Concepts de base .....	28
3.1.1.1 Optimisation paramétrique .....	29
3.1.1.2 Formulation d'un problème d'optimisation .....	30
3.1.1.3 Exemple d'application.....	31
3.1.2. Méthodes d'optimisation .....	31
3.1.2.1 Bref panorama des méthodes utilisées .....	32
3.1.2.2 Algorithme de Nelder-Mead.....	34
3.1.2.3 Algorithmes génétiques.....	36
3.1.2.4 Optimisation hybride .....	38
<b>3.2. Optimisation multidisciplinaire</b> .....	<b>40</b>
3.2.1. Système multidisciplinaire.....	40
3.2.2. Méthodes mono et multiniveaux.....	41
3.2.3. Optimisation locale par la méthode du gradient .....	43
3.2.4. Optimisation hybride appliquée à un drone .....	44
3.2.1. Couplage à un simulateur.....	47
3.2.2. Attentes vis-à-vis de l'optimisation multidisciplinaire.....	48
<b>3.3. Cas d'application</b> .....	<b>49</b>
3.3.1. Optimisation de forme .....	49
3.3.1.1 Courbe de Bézier .....	50
3.3.1.2 Optimisation d'une trajectoire d'urgence .....	52
3.3.1.3 Dimensionnement d'une pale de rotor .....	54
3.3.1.4 Dimensionnement d'une aile d'avion .....	57
3.3.2. Optimisation globale d'un système .....	59

3.3.2.1	Optimisation des constituants d'un système.....	59
3.3.2.2	Optimisation de la disponibilité opérationnelle .....	63
3.3.3.	Autres usages de l'optimisation en conception .....	64
<b>3.4.</b>	<b>Prise en compte des incertitudes.....</b>	<b>65</b>
3.4.1.	Dimensionnement pire cas.....	65
3.4.2.	Dimensionnement déterministe d'une brouette .....	68
3.4.3.	Avantage et inconvénient du dimensionnement déterministe ..	70
<b>4.</b>	<b><i>Dimensionnement optimal probabiliste .....</i></b>	<b>72</b>
<b>4.1.</b>	<b>Rappel de probabilité et statistique.....</b>	<b>75</b>
4.1.1.	Probabilité et opérations logiques .....	75
4.1.2.	Théorème des probabilités totales et théorème de Bayes .....	76
4.1.3.	Variable aléatoire .....	78
4.1.4.	Fonction de survie .....	79
4.1.4.1	Fiabilité .....	80
4.1.4.2	Durée de vie.....	80
4.1.4.3	Taux de défaillance .....	81
4.1.4.4	Modèle non paramétrique (Kaplan Meier) .....	83
4.1.5.	Lois de probabilité .....	84
4.1.5.1	Loi exponentielle.....	84
4.1.5.2	Loi de Weibull .....	84
4.1.5.3	Loi normale (Laplace-Gauss).....	86
4.1.5.4	Loi log-normale (Galton).....	86
4.1.5.5	Loi Binomiale .....	86
4.1.5.6	Loi de Poisson .....	87
4.1.6.	Estimation.....	87
4.1.6.1	Intervalle de confiance .....	87
4.1.6.1.1	Intervalle de confiance d'une valeur moyenne.....	88
4.1.6.1.2	Intervalle de confiance d'une probabilité de défaillance	89
4.1.6.1.3	Intervalle de confiance d'un taux de défaillance .....	89
4.1.6.2	Ajustement .....	90
4.1.6.2.1	Maximum de vraisemblance .....	90
4.1.6.2.2	Intervalle de confiance asymptotique.....	92
4.1.6.2.3	Précision d'un ajustement.....	94
4.1.6.2.4	Adéquation graphique .....	95
4.1.6.2.5	Test statistique .....	96
<b>4.2.</b>	<b>Validation d'un dimensionnement probabiliste .....</b>	<b>98</b>
4.2.1.	Validation par simulation .....	98
4.2.1.1	Principe de la simulation de Monte-Carlo .....	98

4.2.1.2	Simulation d'une variable aléatoire.....	100
4.2.1.3	Simulation comportementale.....	101
4.2.1.3.1	Simulation d'un état de fonctionnement.....	101
4.2.1.3.2	Simulation d'un système à états .....	104
4.2.1.3.3	Maîtrise de la complexité.....	106
4.2.1.4	Précision des résultats .....	107
4.2.1.5	Techniques de réduction de variance.....	108
4.2.1.5.1	Echantillonnage stratifié.....	109
4.2.1.5.2	Echantillonnage d'importance .....	110
4.2.2.	Validation par calcul analytique .....	111
4.2.2.1	Méthode FORM-SORM .....	112
4.2.2.2	Transformation de Nataf et Rosenblatt .....	115
<b>4.3.</b>	<b>Optimisation d'un dimensionnement probabiliste .....</b>	<b>116</b>
4.3.1.	Optimisation couplée à la simulation de Monte-Carlo .....	116
4.3.1.1	Optimisation en valeur moyenne .....	117
4.3.1.2	Optimisation par rapport à la valeur d'un quantile.....	120
4.3.2.	Optimisation couplée à la méthode FORM-SORM.....	121
4.3.3.	Dimensionnement probabiliste d'une brouette.....	121
4.3.3.1	Simulation de Monte-Carlo .....	122
4.3.3.2	Réduction de variance .....	123
4.3.3.3	Optimisation couplée à la simulation de Monte-Carlo .....	124
4.3.3.4	Méthode Form.....	124
4.3.3.5	Optimisation couplée à la méthode FORM .....	125
<b>9.</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>127</b>
	<b>Bibliographie .....</b>	<b>128</b>
	<b>Table des illustrations .....</b>	<b>132</b>

# 1. Introduction

---

Contrainte par des exigences environnementales et sociétales de plus en plus prégnantes, en termes de sécurité, qualité de service, efficacité énergétique, réduction de déchets, ressources consommées et réponse au juste besoin, l'activité de conception ne peut plus se contenter de la géniale intuition des concepteurs sans s'appuyer sur de puissants outils d'optimisation.

Mais l'usage de l'optimisation est encore rare dans les bureaux d'études où la première solution trouvée est généralement retenue.

Certes, des logiciels de CAO et de simulation propres aux différents métiers (mécanique, aérodynamique, thermique, etc.) permettent d'évaluer les solutions, imaginées par les concepteurs.

Mais la recherche de l'optimum se limite le plus souvent à la comparaison de quelques solutions ou à l'analyse de sensibilité de certains paramètres.

La conception recouvre généralement différents métiers (aérodynamique, mécanique, électrique, électronique, automatique, fiabilité, etc.) qui interviennent sur les divers constituants d'un système.

L'optimisation ne peut pas alors se contenter d'une juxtaposition des optima trouvés par chacun des métiers et doit devenir multidisciplinaire pour tenir compte des interactions entre les diverses disciplines.

La majorité des problématiques industrielles d'optimisation est de type paramétrique. Le critère d'optimisation et les contraintes à satisfaire peuvent généralement s'exprimer sous la forme numérique, et les variables de décision, sur lesquelles on peut jouer, s'énoncer sous la forme binaire, numérique ou alphanumérique. Une variable alphanumérique pourra être utilisée pour faire un choix dans un catalogue de solutions (types de moteur ou d'hélice par exemple).

Ces variables peuvent porter sur le système lui-même (architecture et constituants) mais aussi sur la manière de l'opérer avec son soutien logistique, dès qu'elles influencent les performances et la qualité du service rendu pendant la mission.

Certains produits présentent des risques quand ils sont susceptibles d'impacter la sécurité, relative aux personnes, à l'environnement et aux biens, ou d'interrompre les services qu'ils sont sensés rendre.

L'optimisation de leur conception vise alors à assurer des performances requises, tout en garantissant un niveau de disponibilité opérationnelle et la conformité à des exigences de sécurité, au minimum de coût durant tout le cycle de vie.

Le processus de conception s'accompagne alors de la rédaction d'un document justifiant la conformité aux exigences de Sécurité de Fonctionnement.

L'optimisation peut aussi bien concerner une pièce élémentaire, afin qu'elle remplisse correctement ses fonctions, que les caractéristiques de l'architecture, des constituants, des opérations et du soutien logistique d'un système complet devant assurer un service pendant une durée de mission.

Dans le cas d'une pièce, les fonctions sont diverses : transmettre un effort, supporter une charge, offrir peu de résistance au vent, filtrer un signal, transporter un courant, dissiper de la chaleur, assurer une fonction de transfert de quelconque nature. Ses interactions avec l'environnement génèrent des contraintes d'interface, de compatibilité, de volume, de poids... outre celles de coût de fabrication, d'utilisation et de mise au rebut.

La capacité à remplir une fonction peut généralement s'exprimer sous la forme d'une plage de tolérance.

Au niveau élémentaire, l'optimisation est diverse et peut aussi bien concerner la forme à donner à une pièce que le choix des matériaux qui la constituent.

L'optimisation de forme porte sur une courbe, une surface ou un volume à la frontière d'une pièce.

Elle se distingue de l'optimisation topologique qui cherche à trouver la répartition de matière optimale dans un volume donné soumis à des contraintes afin d'optimiser la résistance élastique et mécanique, la conductivité thermique ou l'écoulement d'un fluide, par exemple.

L'optimisation topologique est notamment employée en association avec les méthodes de fabrication additive qui permettent de réaliser des pièces aux géométries plus complexes que celles obtenues par des techniques d'usinage traditionnelles. Elle consiste, par exemple, à supprimer la matière là où les efforts ne transitent pas.

Le dimensionnement déterministe s'affranchit des incertitudes en s'appuyant sur une mission de référence plus ou moins margée, des normes conservatives, des hypothèses de pire cas et divers coefficients de sécurité.

Cette approche est plus simple à mettre en œuvre et facilite l'étape de validation en limitant les vérifications à un cas de référence unique.

Mais elle peut aussi conduire à un surdimensionnement général, par l'empilement de marges cachées, et à l'impossibilité de bénéficier de certains effets de seuil, dont l'emploi de ressources avantageuses de plus faible capacité.

De telles ressources permettent parfois de rendre un service similaire mais beaucoup moins onéreux que celui fourni par une solution strictement conforme à la mission de référence, qui a été généralement imaginée au départ pour répondre à une demande incertaine.

Le dimensionnement probabiliste garantit la maîtrise des incertitudes (tolérance, dérive, environnement, usage, etc.), en-dessous d'un niveau de risque acceptable, sous réserve de caractériser individuellement les dispersions et au prix d'une certaine complexité d'analyse.

Ce dimensionnement peut être supporté par la simulation de Monte-Carlo, améliorée éventuellement par des techniques de réduction de variance, ou par des méthodes analytiques (FORM SORM, Résistance-Contrainte...) fondées sur des distributions normales ou des variables aléatoires quelconques ayant préalablement fait l'objet d'une transformation (Nataf et Rosenblatt).

La conception optimale peut également concerner des étapes particulières de l'activité de conception telles que des plans d'expériences, l'ajustement de modèles divers, l'ordonnancement de tâches ou la planification optimale d'essais.

Mais qu'elle soit optimale ou non, la conception cherche à apporter la meilleure réponse à un besoin qui est généralement exprimé dans un cahier des charges.

Outre les contraintes techniques et financières, les exigences environnementale ou sociétale font partie intégrante de ce cahier des charges qui est établi à partir d'une analyse fonctionnelle dont nous rappelons la démarche dans un premier chapitre.

Au cours de l'analyse fonctionnelle, le besoin exprimé initialement peut parfois s'élargir à d'autres services et améliorer ainsi les solutions recherchées en offrant d'autres fonctionnalités (multi-services, cogénération, etc.).

Afin de vulgariser au mieux des méthodes et outils essentiels à la conception des produits de demain, le chapitre sur l'optimisation

déterministe comprend des rappels sur l'optimisation, ses concepts et ses principales méthodes.

De même, celui sur l'optimisation probabiliste comprend des rappels de probabilités et de statistiques.

## 9. Conclusion

---

La conception optimale, déterministe ou probabiliste, s'impose dorénavant pour répondre de manière efficiente aux besoins, tout en respectant les contraintes sociales et environnementales. en termes de réduction de déchets, ressources consommées, efficacité énergétique, etc.

Cet ouvrage, qui en vulgarise les fondements théoriques et l'illustre de cas d'application pratiques, devrait inciter les concepteurs à franchir le pas et à utiliser, eux-mêmes, les outils d'optimisation mis à leur disposition.

Ils amélioreraient ainsi leurs concepts, dans le cadre d'une économie plus vertueuse vis-à-vis de la Planète et de ses habitants, en assurant la pérennité de leur activité face à la concurrence.

# Conception optimale déterministe et probabiliste

Contrainte par des exigences environnementales et sociétales de plus en plus prégnantes, en termes de réduction de déchets, ressources consommées, efficacité énergétique et réponse au juste besoin, l'activité de conception ne peut plus se contenter de la géniale intuition des concepteurs sans s'appuyer sur des outils d'optimisation.

Mais leur usage est encore rare dans les bureaux d'études où la première solution trouvée est généralement retenue après quelques ajustements.

L'optimisation peut porter sur des produits élémentaires (forme, topologie, caractéristiques...) ou des systèmes complets mettant en œuvre des technologies multiples et faisant appel à de nombreux métiers. Elle doit alors présenter un caractère multidisciplinaire, pour tenir compte des interactions entre les disciplines.

L'optimisation peut être supportée par des outils génériques, relativement faciles d'emploi, et se fonder sur des méthodes d'optimisation hybride (globale/locale) capables de trouver des solutions difficiles à imaginer car situées au-delà du voisinage des solutions connues.

Le dimensionnement peut être déterministe, en s'appuyant sur des hypothèses et normes plus ou moins conservatives (coefficient de sécurité ou analyse de pire cas), ou suivre une approche probabiliste susceptible de réduire les marges tout en maîtrisant les incertitudes (aléa, dispersion, tolérance, dérive, condition environnementale, mission, etc.).

Sa validation requiert alors l'emploi de la simulation de Monte-Carlo ou de méthodes analytiques de type FORM SORM, qui doivent être couplées à l'optimisation.

Ce livre didactique vulgarise les fondements théoriques de la conception optimale, déterministe et probabiliste, qu'il illustre de cas d'application.



*Docteur ingénieur en aéronautique, Aurélien Cabarbaye mène une activité de R&D sur la conception et le dimensionnement des drones.*



*Ingénieur en informatique et électronique, Adrien Cabarbaye est un spécialiste du Big data et de l'optimisation multidisciplinaire.*



*Expert sénior en Sûreté de fonctionnement durant son activité au Centre National d'Etudes Spatiales (CNES), André Cabarbaye est le gérant de la société Cab Innovation.*

ISBN : 979-10-97287-14-6



979-10-97287-14-6

Prix : 69 € TTC