

MODELE PREDICTIF DE DEGRADATION NON LINEAIRE DANS DES CONDITIONS D'ENVIRONNEMENTS VARIES

PREDICTIVE MODEL OF NONLINEAR DEGRADATION IN VARIED ENVIRONMENTAL CONDITIONS

**Sébastien BOSSE, Gianandrea QUADRI, Olivier
GILARD**

Centre National d'Etudes Spatiales (CNES)
18, avenue Edouard Belin - 31401 Toulouse

Tél. 05 61 28 28 35

Sebastien.bosse@cnes.fr

Gianandrea.quadri@cnes.fr

Olivier.gilard@cnes.fr

André CABARBAYE

CNES / CAB INNOVATION

3 rue de la Coquille – 31500 Toulouse

Tél. 05 61 54 68 08 / 05 61 28 27 41

andre.cabarbaye@cnes.fr /

andre.cabarbaye@cabinnovation.fr

Résumé

Le but de cette communication est de montrer, sur un cas d'application réel, la faisabilité de prise en compte d'un phénomène de dégradation non linéaire en conditions accélérées dans un modèle de fiabilité prédictive basé sur le processus gamma ou celui de Wiener.

Portant sur la dérive du photocourant de phototransistors, le modèle de dégradation a été ajusté à partir de donnée d'essais, à différentes températures, au moyen d'un outil basé sur les Algorithmes Génétiques et le Simplexe non linéaire pour s'affranchir des multiples optima de la fonction de vraisemblance. Les paramètres du modèle ont fait l'objet d'une estimation de l'intervalle de confiance par inversion de la matrice de Fisher puis une estimation de fiabilité a été réalisée par simulation de Monte-Carlo en considérant un seuil de fonctionnement pour ce type de composant. Cette simulation du modèle a permis de comparer et de valider ce dernier par rapport aux données d'essais.

Summary

The purpose of this communication is to demonstrate, on a real case, the feasibility of taking account of a phenomenon of nonlinear degradation in accelerated conditions in a predictive reliability model based on the gamma process or that of Wiener. About drift photocurrent of phototransistors, the degradation model was adjusted from test data, at different temperatures, by means of a tool based on genetic algorithms and the simplex non-linear to overcome the multiple optimum of the likelihood function.

The confidence intervals of the model parameters have been estimated by inverting the Fisher matrix and an estimate of reliability was performed by Monte-Carlo simulation assuming an operating threshold for this type of component. This simulation was also used to validate the model results compared with test data.

Introduction

La problématique de l'estimation de fiabilité s'avère différente dès lors qu'un produit est sujet à un processus de dégradation que l'on peut quantifier dans le temps et sur lequel un seuil limite de fonctionnement peut être fixé. Il est alors possible de suivre l'évolution dudit processus en essais, afin d'évaluer la fiabilité du produit, ou durant la vie opérationnelle de ce dernier, pour connaître son état de santé et agir en conséquence.

Ainsi, la maintenance prédictive (health monitoring) intéresse tout autant le fiabiliste que le financier. Par l'observation d'indicateurs de l'état de dégradation des matériels (déformation, profondeur de fissure, niveau vibratoire, qualité du liquide de lubrification, échauffement, impédance d'un circuit électrique, etc.), elle permet d'espacer (en moyenne) les actions de maintenance tout en diminuant paradoxalement les risques de défaillance.

Mais, au delà de l'introduction de seuils de décision plus ou moins empiriques sur les différents indicateurs de dégradation, elle nécessite d'élaborer des modèles de prédiction suffisamment robustes pour justifier des investissements parfois conséquents (implantation de capteurs, recueil d'observations, suivi et procédure de prise de décision) et convaincre les décideurs ou d'éventuelles autorités de certification (dans le domaine aéronautique par exemple).

Dans les applications spatiales, l'une des difficultés rencontrée en fiabilité est d'évaluer correctement la dégradation des composants tout au long de leur vie orbitale. C'est pourquoi de nombreux essais de durée de vie sont réalisés, en conditions accélérées, afin de pouvoir garantir le respect des contraintes de la mission tout en évitant les surdimensionnements superflus.

N'ayant au départ pour objectif que d'élaborer un modèle de fiabilité prévisionnelle d'un composant électronique, mais présentant à nos yeux un intérêt démonstratif pour une large gamme de modèles prédictifs, le cas d'application traité dans cet article porte sur la dérive du photocourant de phototransistors pour laquelle le CNES a accumulé, à ce jour, un nombre conséquent de résultats d'essais menés à différentes températures.

Méthode d'estimation de fiabilité et de dégradation

Selon l'importance de la dégradation subie, un produit peut rester opérationnel ou entrer dans des modes de fonctionnement plus ou moins acceptable pour l'utilisateur. Aussi est-il nécessaire de considérer que le produit est défaillant à partir d'un certain niveau de dégradation pour estimer sa fiabilité.

Le problème consiste alors à élaborer un modèle stochastique du processus de dégradation en fonction du temps et du niveau de stress enduré, qui peut se transformer en modèle de fiabilité prévisionnelle, hors ligne (avant utilisation) ou en ligne (en cours d'utilisation), par ajout d'un seuil d'acceptabilité éventuellement aléatoire (par exemple gaussien).

Le phénomène de dégradation peut se modéliser par un processus gamma, si la dégradation est toujours croissante (détérioration monotone), ou par un processus de Wiener si la dégradation peut se réduire momentanément par des phénomènes d'amélioration voire de guérison [2] .

1. Processus Gamma

Un processus Gamma décrit une trajectoire de dégradations à accroissements indépendants positifs qui peut être stationnaire ou non-stationnaire.

Le processus $X(t)$ est un **processus Gamma stationnaire** $Ga(\alpha, \beta)$ si :

- $X(0) = 0$
- $X(t)$ est un processus à accroissements indépendants et positifs
- Pour tout $t > 0$ et $\Delta t > 0$, la loi d'accroissement $X(t + \Delta t) - X(t)$ est une loi gamma $Ga(\alpha\Delta t, \beta)$ de densité :

$$f(x) = \frac{\beta^{-\alpha\Delta t}}{\Gamma(\alpha\Delta t)} x^{\alpha\Delta t - 1} e^{-\frac{x}{\beta}} \quad (1)$$

A noter qu'un tel processus a pour espérance $E[X(t)] = \alpha\beta t$ et pour variance $Var[X(t)] = \alpha\beta^2 t$.

Ce processus traduit des dégradations linéaires en moyenne, ce qui n'est pas le cas des données relatives aux phototransistors que nous cherchons à modéliser.

Le **processus Gamma non-stationnaire** $Ga(m(t), \beta)$ permet de représenter une évolution plus complexe des dégradations, que caractérise, en moyenne, une fonction $m(t)$ croissante.

La loi d'accroissement $X(t + \Delta t) - X(t)$ est une loi gamma $Ga(m(t + \Delta t) - m(t), \beta)$ de densité :

$$f(x) = \frac{\beta^{-(m(t+\Delta t)-m(t))}}{\Gamma(m(t+\Delta t)-m(t))} x^{m(t+\Delta t)-m(t)-1} e^{-\frac{x}{\beta}} \text{ pour tout } t > 0 \quad (2)$$

L'estimation des paramètres β et α (ou des paramètres de la fonction m) peut se faire par la méthode du maximum de vraisemblance à partir des accroissements observés de la dégradation.

Si l'évolution de la dégradation du produit i entre deux instants $j-1$ et j est défini par $\Delta X_{ij} = X(t_{ij}) - X(t_{i,j-1})$,

la log-vraisemblance s'écrit de la manière suivante dans le cas stationnaire :

$$\ln L(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^q \frac{\beta^{-\alpha\Delta t_{ij}}}{\Gamma(\alpha\Delta t_{ij})} \Delta X_{ij}^{\alpha\Delta t_{ij}-1} e^{-\frac{\Delta X_{ij}}{\beta}} \quad (3)$$

Dans le cas non-stationnaire, le terme $\alpha\Delta t_{ij}$ est simplement remplacé par $m(t_{ij}) - m(t_{i,j-1})$.

2. Processus de Wiener

Un processus de Wiener décrit une trajectoire de dégradations à accroissements indépendants qui ne sont pas nécessairement positifs. On distingue les processus de Wiener de tendance linéaire et non-linéaires.

Le processus $W(t)$ est un **processus de Wiener de tendance linéaire** m et de variance σ^2 si :

1. $W(0) = 0$
2. $W(t)$ est un processus stochastique à accroissements indépendants à trajectoires continues
3. Pour tout $t > 0$ et $\Delta t > 0$, la loi d'accroissement $W(t + \Delta t) - W(t)$ est une loi normale $N(m\Delta t, \sigma^2\Delta t)$ de densité :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}\Delta t} e^{-\left(\frac{(x-m.\Delta t)^2}{(2\sigma^2.\Delta t)}\right)} \text{ Pour } t > 0 \quad (4)$$

A noter qu'un tel processus a pour espérance $E[W(t)] = mt$ et pour variance $Var[W(t)] = \sigma^2 t$

De même que le processus Gamma stationnaire, ce processus traduit des dégradations linéaires en moyenne. Pour rendre ce processus non-linéaire il est à nouveau nécessaire d'utiliser une fonction $m(t)$ croissante et d'opérer le remplacement de $m\Delta t$ par $m(t + \Delta t) - m(t)$.

La loi d'accroissement $W(t + \Delta t) - W(t)$ est alors une loi normale $N(m(t + \Delta t) - m(t), \sigma^2 \Delta t)$ de densité :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}\Delta t} e^{-\left(\frac{(x-(m(t+\Delta t)-m(t)))^2}{(2\sigma^2.\Delta t)}\right)} \text{ Pour tout } t > 0 \quad (5)$$

L'estimation des paramètres de la fonction $m(t)$ et de σ peut à nouveau se faire la méthode du maximum de vraisemblance dont l'expression est :

$$L(m, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^{q_i} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}\Delta t_{ij}} e^{-\frac{(\Delta W_{ij} - (m(t_{ij}) - m(t_{i(j-1)})))^2}{2\sigma^2 \Delta t_{ij}}} \quad (6)$$

Que ce soit un processus Gamma ou de Wiener, nous utiliserons la fonction croissante $m(t) = pt^q$ avec p et $q \geq 0$ pour rendre celui-ci respectivement non-stationnaire ou à tendance non-linéaire.

3. Introduction d'un facteur d'accélération

Dans le but d'estimer une dégradation en conditions accélérées, il est possible d'intégrer le stress dans la modélisation.

A la manière des modèles Standards de Vie Accélérés [1], il est pris comme hypothèse que le stress agit sur la courbe de dégradation par un facteur d'échelle, tant qu'il reste dans le domaine de qualification du produit.

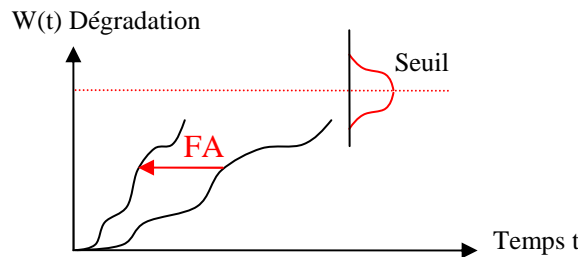


Figure 1 - Représentation de l'influence du Facteur d'accélération

Les lois d'accroissement $X(t + \Delta t) - X(t)$ et $W(t + \Delta t) - W(t)$ deviennent alors respectivement une loi gamma $Ga(m(FA.(t + \Delta t)) - m(FA.t), \beta)$ et une loi normale $N(m(FA.(t + \Delta t)) - m(FA.t), \sigma^2.FA.\Delta t)$ avec Fa le facteur d'accélération.

Pour l'accélération en température nous utiliserons le facteur d'Arrhenius référencé à 100°C :

$$FA = e^{\left(\frac{Ea}{K} \left(\frac{1}{273+100} - \frac{1}{273+T^\circ}\right)\right)}$$

avec Ea l'énergie d'activation (inconnue) et K la constante de Boltzmann ($8,6171 \cdot 10^{-5}$ eV/K).

Application

A partir de l'ensemble des données d'essais, la dérive du photocourant des phototransistors a été modélisée par un processus gamma non-stationnaire et un processus de Wiener à tendance non-linéaire, auxquels a été appliqué le facteur d'accélération d'Arrhenius pour modéliser l'effet de la température.

Les paramètres des modèles ont été ajustés par la méthode du maximum de vraisemblance au moyen d'un outil d'optimisation globale pouvant s'affranchir des multiples optima de la fonction du logarithme de la vraisemblance. Cet outil est brièvement présenté au paragraphe 7.

Chaque paramètre des modèles a fait l'objet d'une estimation de l'intervalle de confiance par inversion de la matrice de Fisher, puis une simulation (Monte-Carlo) a permis d'estimer la fiabilité du phototransistor et de comparer les sorties des modèles par rapport aux données d'essais.

1. **Données**

Ces données sont issues d'essais en durée de vie durant lesquels 4 mesures de dérive du photocourant ont été réalisées à 0, 168, 500 et 1000 heures. L'évolution des dégradations par rapport à l'état initial est présentée en figure 2.

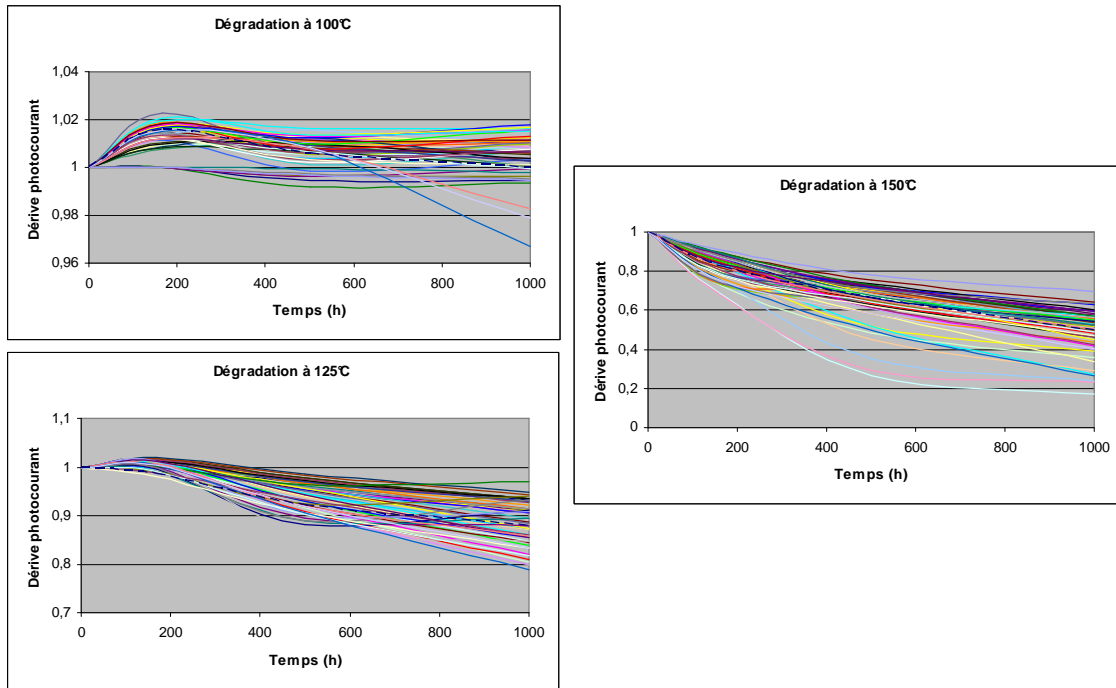


Figure 2 - Représentation graphique des données de dégradation

2. **Validation de la méthode d'ajustement**

Afin de valider l'expression analytique des différents modèles et de leur vraisemblance, un ajustement a été préalablement réalisé par la méthode du maximum de vraisemblance, à partir de données simulées, au moyen de l'outil d'optimisation GEN CAB. Celui-ci permet de retrouver approximativement les paramètres utilisés pour générer ces données, dans le cas du processus gamma et de celui de Wiener, quel que soit le jeu de simulation, comme le montre les figures 3 et 4.

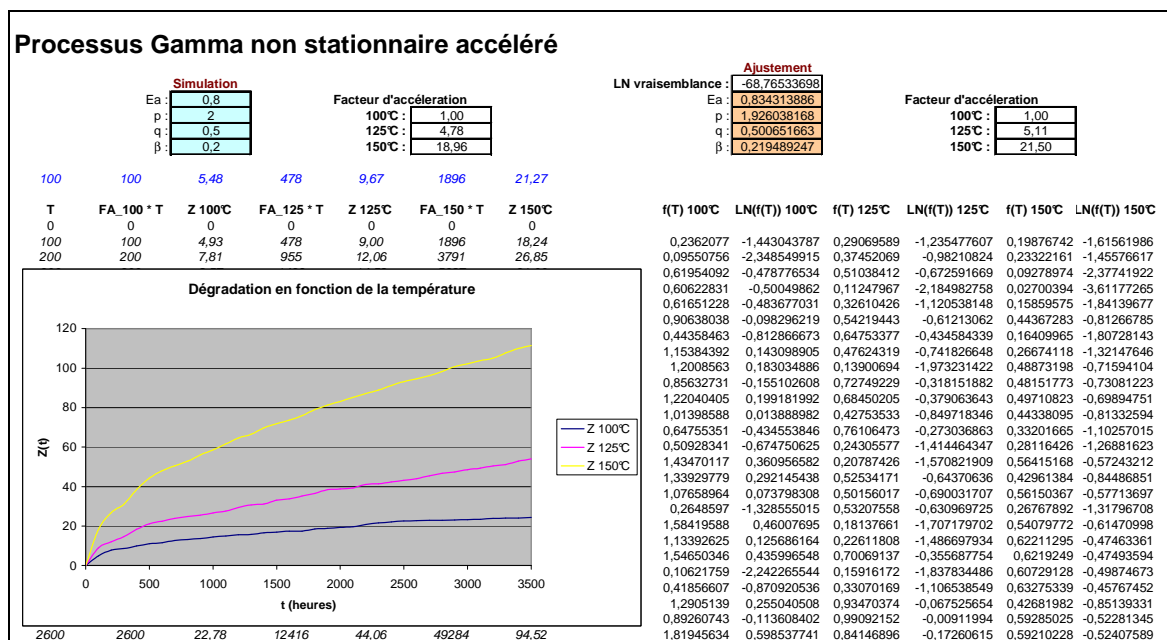


Figure 3 – Ajustement à partir de données simulées (Gamma)

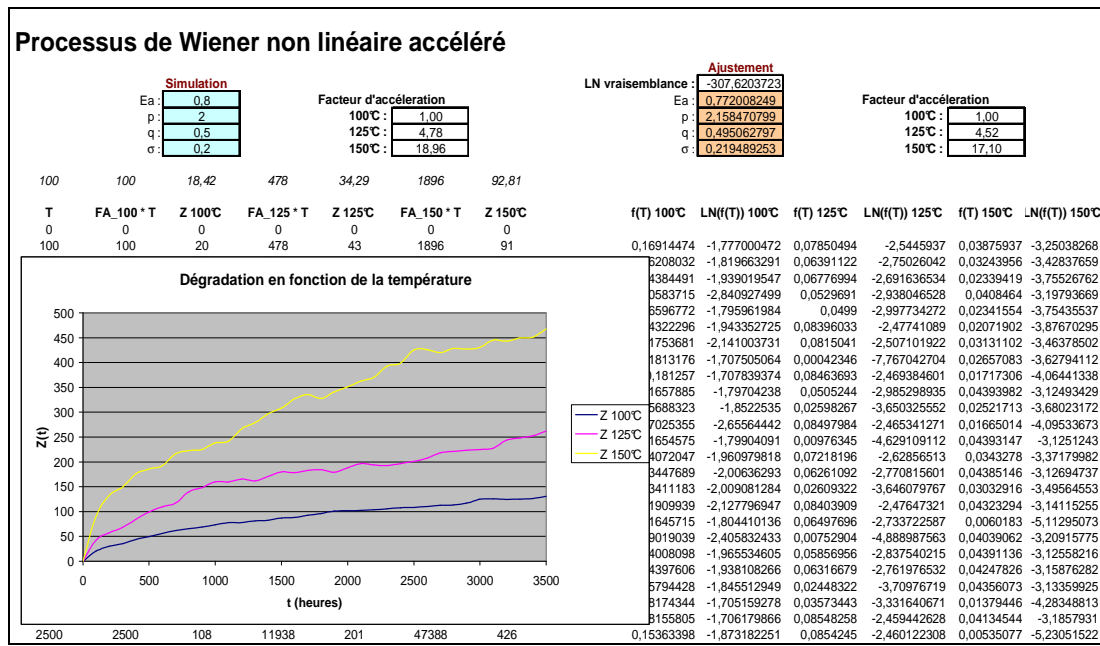


Figure 4 – Ajustement à partir de données simulées (Wiener)

3. **Modélisation par un processus Gamma non-stationnaire**

A partir de l'ensemble des données de dégradation des phototransistors, l'ajustement du processus gamma a été réalisé par la méthode du maximum de vraisemblance comme le montre la figure 5.

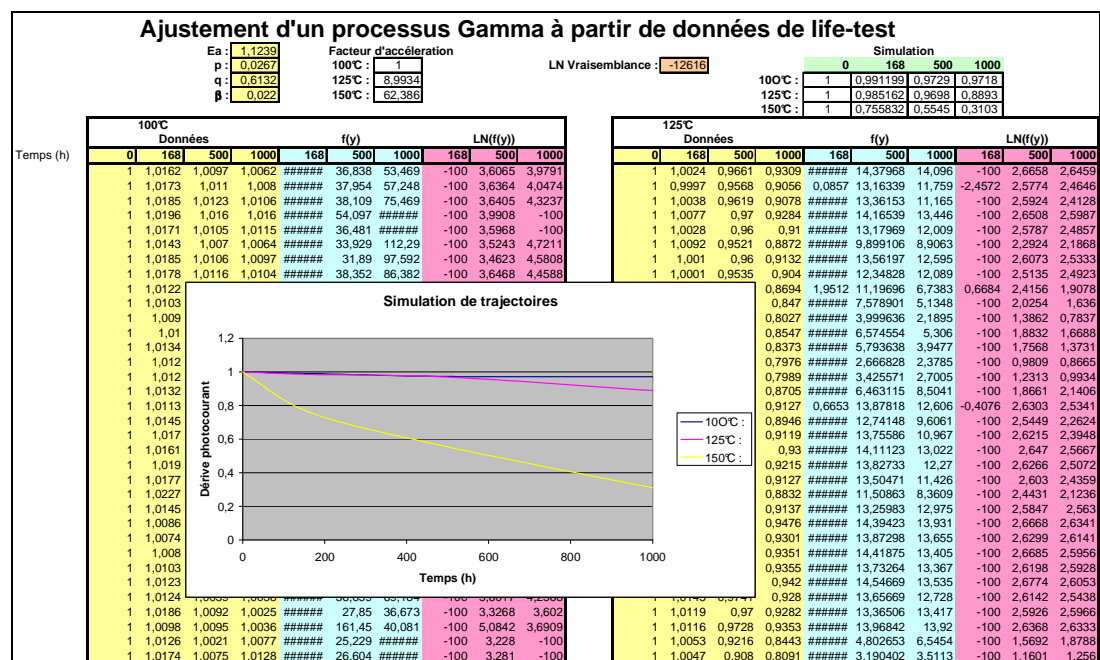


Figure 5 – Ajustement à partir des données de dégradation (gamma)

En observant les données de dérive du photocourant, on constate certaines améliorations momentanées qui se traduisent par des cas de vraisemblance non défini (valeur -100 prise forfaitairement). Une modélisation par un processus de Wiener apparaît alors mieux adaptée.

4. **Modélisation par un processus de Wiener non-linéaire**

A partir de l'ensemble des données de dégradation, l'ajustement du processus de Wiener a été réalisé de la même manière comme le montre la figure 6.

Les résultats suivants ont été obtenus pour les 4 paramètres du modèle :

$Ea = 1,1779$ $p = 0,00003$ $q = 0,8708$ $\beta = 0,0007$

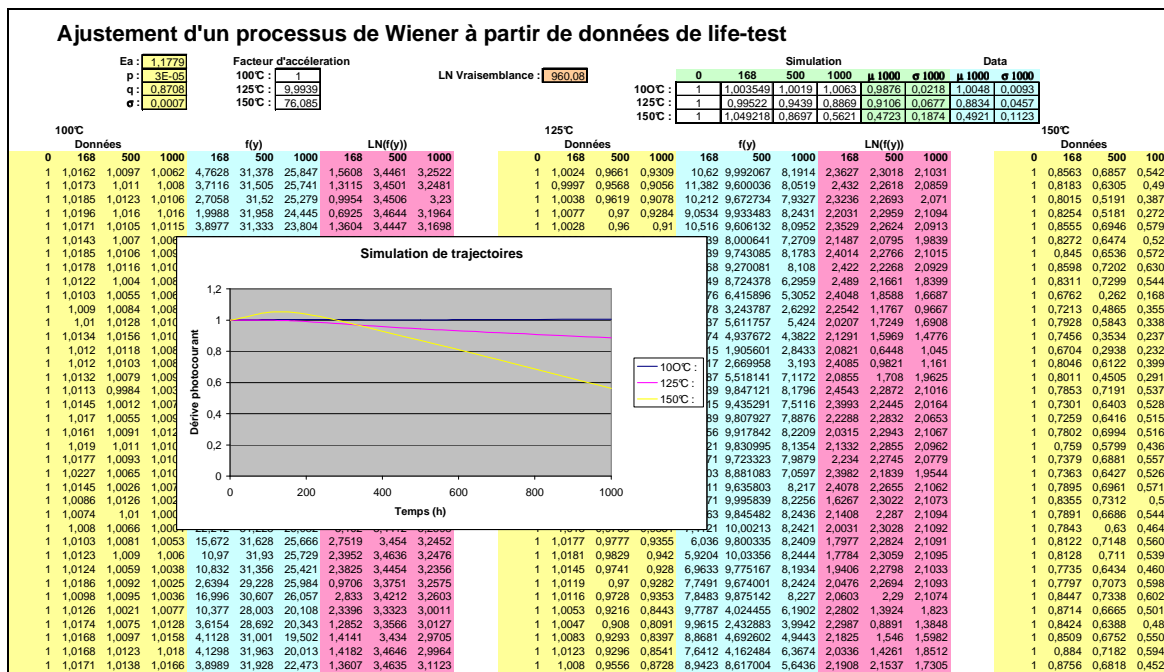
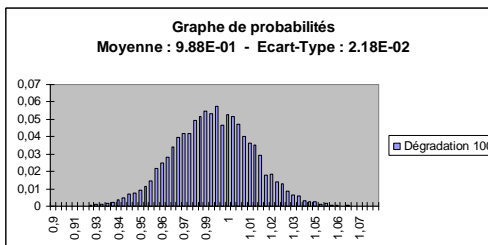


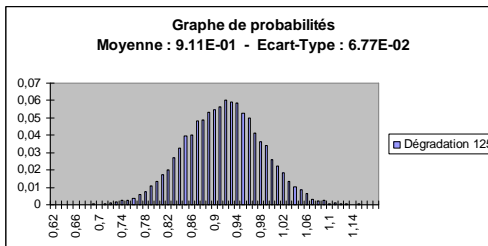
Figure 6 – Ajustement à partir des données de dégradation (Wiener)

Une simulation (Monte-Carlo) des différents modèles ainsi établis a permis de comparer et de valider ces derniers par rapport aux données d'essais. 3 trajectoires ont été simulées afin d'obtenir la moyenne et l'écart-type de la dégradation à 1000h, comme le montre la figure 7, relative au modèle de Wiener. Bien que de légères différences soient notables, les sorties du modèle paraissent cohérentes avec l'ensemble des données des essais aux différentes températures.

100°C	Moyenne	Ecart-type
Echantillon	1.00479	0.009292
Simulation	0.988	0.0218



125°C	Moyenne	Ecart-type
Echantillon	0.8834	0,0457
Simulation	0,911	0,0677



150°C	Moyenne	Ecart-type
Echantillon	0,4921	0,1122
Simulation	0,472	0,187

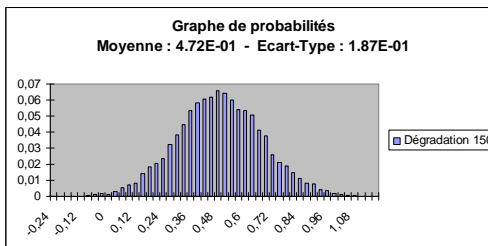


Figure 7 – Comparaison des simulations et des résultats d'essai.

5. Intervalle de confiance

La théorie de l'estimation permet d'obtenir des intervalles de confiance asymptotique à partir de l'information de Fisher ; notion introduite par Ronald Aylmer Fisher permettant de quantifier l'information relative à un paramètre contenue dans une distribution. Les intervalles de confiance des différents paramètres présentés à la figure 8 ont été obtenus par une méthode générique d'estimation par inversion de la matrice de Fisher. Cette dernière est calculée de manière discrète afin d'éviter la dérivation d'expressions analytiques propres à chacun des modèles utilisés. [4]

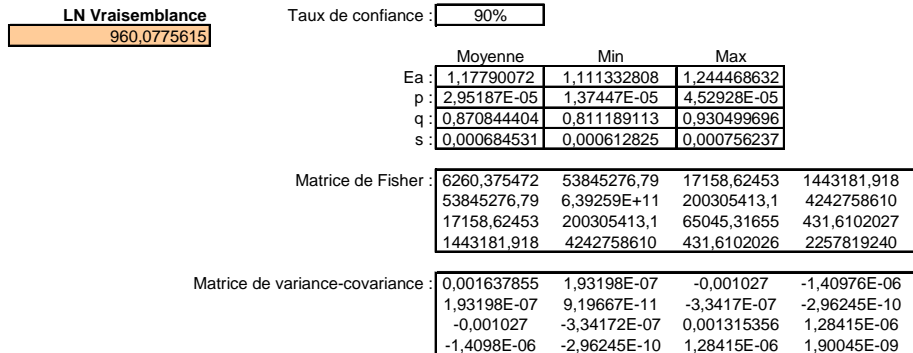


Figure 8 - Intervalles de confiance des paramètres

6. Estimation de fiabilité

La fiabilité du phototransistor peut être estimée par une simulation de Monte-Carlo du processus de Wiener qui a été ajusté. Obtenus au moyen de l'outil SIMCAB, les résultats d'une telle simulation sont présentés en figure 9. Celle-ci porte sur la fiabilité à 5000 heures d'un composant fonctionnant à 110°C, en considérant que le seuil de fonctionnement est à 70% du courant nominal. Afin de coller au mieux aux données d'essais, chaque paramètre du modèle est estimé préalablement par une loi normale de variance égale à celle calculée par inversion de la matrice de Fisher.

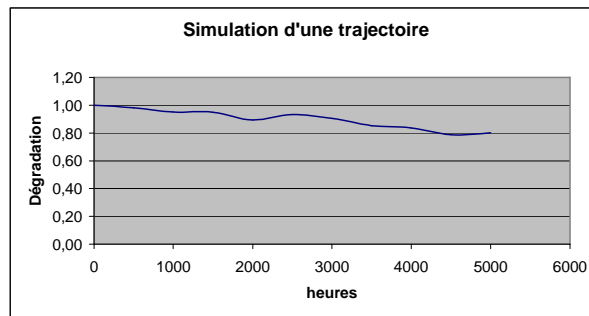
Simulation du processus de Wiener

Ea :	1,142743286
p :	2,46555E-05
q :	0,839049549
σ :	0,000702385

Facteur d'accélération	
100°C :	1
110°C :	2,53018594

	moyenne	ecart-type
Ea :	1,17790072	0,040470417
p :	2,9519E-05	9,58993E-06
q :	0,8708444	0,036267842
σ :	0,00068453	4,35942E-05

T	Z 110°C
0	1,00
500	0,98
1000	0,95
1500	0,95
2000	0,89
2500	0,93
3000	0,91
3500	0,85
4000	0,84
4500	0,79
5000	0,80



Fiabilité : 0,9588125

Figure 9 - Simulation du processus de Wiener

Après 16 000 simulations de trajectoire, la fiabilité obtenue à 5000 heures est 0,9588.

7. Outil supportant la démarche

GENCAB est un outil d'optimisation globale [3] basé sur une méthode hybride associant Algorithmes Génétiques, Evolution Différentielle et Simplexe non linéaire (algorithme de Nelder Mead). Son principe est illustré en figure 10. Constitués de divers paramètres (gènes) de type réel, entier ou binaire, les chromosomes sont aléatoirement soumis à des mutations, croisements et évolutions différentielles (somme d'un gène de chromosome avec la différence entre les mêmes gènes de deux autres

chromosomes) puis, après sélection, les meilleurs éléments de la population bénéficient d'une amélioration au niveau local par un certain nombre de pas de Simplexe. Cette hybridation de différentes techniques de recherche globale et locale, qui peuvent être éventuellement paramétrées par l'utilisateur, a pour finalité de rendre l'outil plus efficace et robuste face à la diversité des problématiques rencontrées. Ainsi l'Evolution Différentielle sera plus rapide que les Algorithmes Génétiques pour traiter des fonctions à peu près convexes mais présentera l'inconvénient, pour d'autres, de jouer simultanément sur l'ensemble des gènes.

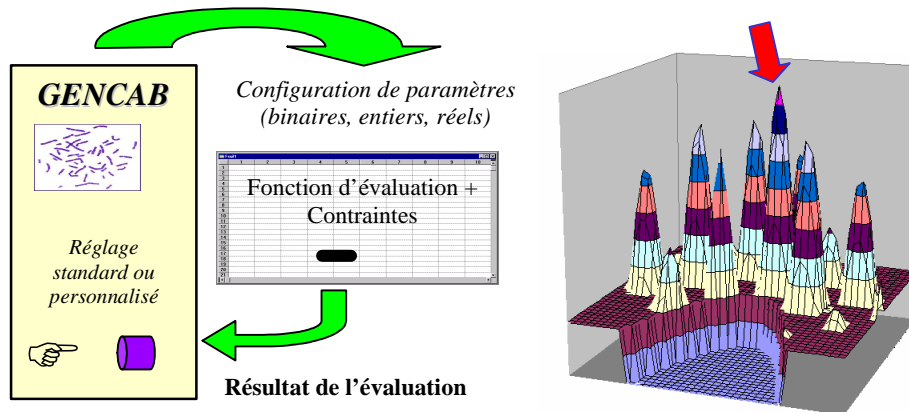


Figure 10 - Principe de l'outil d'optimisation GENCAB

Cet outil s'est enrichi d'une fonctionnalité d'ajustement de modèles probabilistes, par la méthode du maximum de vraisemblance, qui permet de traiter globalement des données hétérogènes multicensurées (à droite, à gauche ou par intervalle).

Obtenues dans différentes conditions d'utilisation ou d'environnement, les données hétérogènes sont soit traitées dans des mêmes conditions de référence, au moyen de divers facteurs d'accélération (Arrhenius, Basquin, Eyring, Norris Landzberg, Peck, etc.) dont les paramètres sont ajustés en même temps que ceux d'une loi de fiabilité (Bertholon, bi ou simple Weibull, exponentielle, etc.) soit directement employées avec un modèle de COX associé à l'une de ces lois.

Conclusion

L'ajustement d'un processus de Wiener non linéaire accéléré à partir de données d'essais a permis de définir un modèle de fiabilité prévisionnelle pertinent pour un composant électronique complexe présentant une dérive de ses caractéristiques au cours du temps. Cet ajustement a nécessité l'emploi d'un outil d'optimisation globale pouvant s'affranchir des multiples optimas de la fonction du logarithme de la vraisemblance.

Mais au-delà de cette application dans le domaine des composants, ils ouvrent un champ d'investigation relativement vierge à la maintenance prédictive dans le domaine spatial. Un satellite subit, en effet, de nombreuses dégradations dans l'espace (dégradation thermique, électrique, optique, effets des radiations, épuisement des ergols, etc.) qui interviennent directement dans le processus de décision opératoire (exploitation, reconfiguration, désorbitation, etc.) bien qu'elles ne puissent faire l'objet d'un suivi que de manière épisodique, en raison des limitations du flux de télémesures de la liaison bord-sol, le plus souvent indirect, par manque d'observables au plus près des phénomènes.

Références

- [1] Nikulin M., Gerville-Reache L., Couallier V., Statistique des essais accélérés, Hermes science, Lavoisier, 2007.
- [2] Baussaron J., Mise au point de modèles prédictifs de fiabilité dans un contexte de dégradation associé à des profils de mission, thèse de doctorat, 2001.
- [3] Cabarbaye A. (2003). Outil générique d'optimisation dans le domaine discret et/ou continu éventuellement stochastique - ROADEF'03 – Avignon.
- [4] Cabarbaye A, Tanguy A, Bosse S (2012), Adjustment of complex probabilistic models and estimation of confidence intervals in a discrete manner, ESREL, Helsinki.

Mots clés

Maintenance prédictive, modèle de dégradation, dégradations accélérés, ajustement processus gamma, processus de Wiener