

Modèle markovien générique de redondance avec stock de rechanges

Sébastien Bosse, André Cabarbaye
Centre National d'Etudes Spatiales (CNES)
18 avenue Edouard Belin
31401 Toulouse Cedex 4

André Cabarbaye
CAB INNOVATION
3, rue de la Coquille
31500 Toulouse
Andre.Cabarbaye@cabinnovation.com

Résumé — Cet article présente un modèle markovien générique de redondance M parmi N avec stock de rechanges S , qui a été développé pour évaluer la disponibilité de moyens au sol de systèmes spatiaux (station de réception, centre de contrôle ou d'exploitation, réseau de télécommunications...). Associé à des traitements de type arbre de fautes, ce modèle permet d'évaluer la disponibilité opérationnelle de systèmes complexes dans un temps suffisamment court pour autoriser le couplage direct avec un outil d'optimisation globale et automatiser ainsi la recherche de la configuration optimale d'architecture, de maintenance et de soutien logistique.

Abstract — This article presents a generic Markovian model of redundancy M among N with stock of spare S , which was developed to evaluate the availability of ground space systems (station of reception, control or exploitation centers, telecommunications network). Associated with fault tree, this model allows the operational availability assessment of complex systems in a sufficiently short time to authorize the direct coupling with an optimization tool and to thus automate the research of the optimal architecture, maintenance and logistic configuration.

Mots clés — Redondance, disponibilité opérationnelle, Markov, optimisation

I. INTRODUCTION

La disponibilité opérationnelle des systèmes constitue un enjeu majeur de compétitivité dans une économie où le produit tend progressivement à disparaître au profit du service.

Cette disponibilité résulte à la fois d'une conception architecturale, des conditions d'exploitation et de maintenance et des moyens de soutien logistique qu'il faut optimiser globalement pour offrir une qualité de service jugée satisfaisante à un coût minimal.

Différentes méthodes permettent d'évaluer cette disponibilité opérationnelle :

- de manière relativement grossière par l'emploi de formules analytiques utilisant la loi de Poisson pour estimer la probabilité de rupture des stocks de rechanges,
- par simulation de Monte-Carlo qui offre une large capacité de modélisation

- par traitement markoviens dont la rapidité de calcul permet aisément le couplage avec des outils d'optimisation.

De très nombreux modèles de redondance m parmi n font l'objet d'articles scientifiques [5] mais très peu traitent simultanément la redondance et la gestion du stock de rechange, de manière générique, afin de pouvoir évaluer la disponibilité opérationnelle d'une architecture.

Aussi, cette communication présente un modèle markovien de redondance avec stock de rechanges qui est utilisé par le Centre National d'Etudes Spatiales pour évaluer et optimiser ses moyens au sol (station de réception, centre de contrôle ou d'exploitation, réseau de télécommunications...)¹.

A titre d'illustration, elle compare la disponibilité d'un même système évaluée par calcul analytique, simulation et traitement markovien, souligne l'importance des hypothèses considérées, et procède à une optimisation sous contrainte afin de diminuer le coût d'exploitation tout en satisfaisant un objectif de disponibilité opérationnelle.

II. BLOC EN REDONDANCE

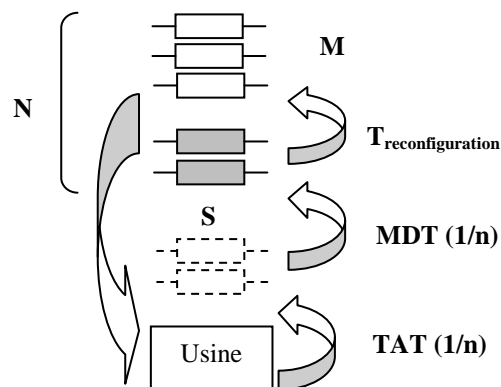


Figure 1 – Bloc M parmi N avec stock S

¹ Ce modèle remplace un modèle moins générique ayant fait l'objet d'une communication antérieure [1].

Un bloc de type « redondance M parmi N avec Stock de rechanges S » est illustré par la figure 1.

Dans cette configuration de redondance, M éléments sont nécessaires au fonctionnement et N-M éléments supplémentaires constituent la redondance active ou passive, chaude (à l'état ON) ou froide (à l'état OFF), avec un délai de reconfiguration éventuellement non nul dans le cas d'une redondance passive.

L'utilisation de l'un des éléments du stock de rechange de dimension S conduit à une indisponibilité de relativement courte durée MDT (Mean Down Time) qui peut s'exprimer au moyen de la formule 1.

$MDT = \text{temps de détection} + \text{délai avant intervention} + MTTR$
(Mean Time To Repair avec rechanges disponibles) + durée de remise en service (1)

Dans le cas de plusieurs défaillances, les remplacements par des rechanges sur site peuvent s'effectuer de manière séquentielle par 1 opérateur ou simultanément par n opérateurs.

La remise en état des éléments en panne nécessite un temps TAT (Turn Around Time) beaucoup plus long correspondant au temps de retour usine ou de réapprovisionnement du stock.

Dans le cas de plusieurs défaillances, les réparations ou réapprovisionnement en usine peuvent s'effectuer de manière séquentielle par 1 réparateur ou simultanément par n réparateurs.

Les éléments du bloc peuvent être caractérisés par un taux de défaillance à l'état ON (λ_{ON}) et à l'état OFF (λ_{OFF}).

III. MODELES MARKOVIENS

Supporté par l'outil SUPERCAB de l'atelier SUPERCABPRO [2] de la société CAB INNOVATION, un modèle markovien générique a été développé pour traiter les redondances M parmi N avec stock de rechanges S.

Ce modèle est généré automatiquement à partir d'une fonction paramétrique qui peut être associée à une fonction de calcul de type arbre de fautes pour modéliser des systèmes comprenant différents blocs indépendants.

L'évaluation peut alors être couplée à un outil d'optimisation, pour automatiser la recherche d'une configuration optimale, ou à un outil de simulation, pour appréhender la variabilité des résultats obtenus en fonction de la dispersion des variables d'entrée.

Conçu de la manière la plus générique possible, le modèle de redondance permet d'évaluer la disponibilité asymptotique ou transitoire (à t ou l'infini) à partir de la fonction paramétrique (2).

$\text{Disponibilité} = \text{Redondance}(M; N; \lambda_{ON}; \lambda_{OFF}; T; T_{\text{reconf}}; MDT; \text{opérateurs}; S; TAT; \text{réparateurs}; \text{Active/passive}; \text{Fiab/Dispo})$ (2)

Les modèles markoviens utilisés par cette formule diffèrent selon que la redondance est active ou passive, avec un temps de reconfiguration nul ou non nul.

A. Redondance active

Le modèle de la redondance active est fourni sous la forme d'une matrice de Markov en annexe 1.

Cette matrice définit toutes les transitions possibles entre états. A titre d'exemple, la transition de l'état 1 (absence de panne) vers l'état 2 (perte d'un élément) a pour taux $N * \lambda_{ON}$ (perte de l'un des N éléments actifs) et celle allant directement vers l'état N-M+3 (absence de panne avec perte d'une rechange) a un taux $S * \lambda_{OFF}$ (perte de l'un des S éléments du stock de rechange).

De même la transition de l'état 2 (perte d'un élément) vers l'état 3 (perte de 2 éléments) a pour taux $(N-1) * \lambda_{ON}$ (perte de l'un des éléments actifs restant), celle vers l'état N-M+3 (élément en panne remplacé par une rechange) a pour taux $1/MDT$, et celle vers l'état N-M+4 (perte d'un élément et d'une rechange) a un taux $S * \lambda_{OFF}$.

Selon le choix des paramètres, la fonction peut renvoyer une valeur de disponibilité ou de fiabilité, en considérant le dernier état comme absorbant, et différentes politiques de maintenance peuvent être considérées avec 1 ou n opérateurs et 1 ou n réparateurs (1 opérateur ou réparateur par défaut dans l'outil).

Comme dans la plupart des modèles de disponibilité, cette modélisation est légèrement pessimiste dans la mesure où, en cas de pannes multiples, les durées de réparation considérées ne tiennent pas compte des réparations déjà entamées.

B. Redondance passive avec temps de reconfiguration nul

Le modèle markovien de la redondance passive avec temps de reconfiguration nul est fourni en annexe 2. Celui-ci ne diffère de celui de la redondance active que par l'état off des éléments en redondance. Ainsi, la transition de l'état 1 (absence de panne) vers l'état 2 (perte d'un élément) a pour taux $M * \lambda_{ON} + (N-M) * \lambda_{OFF}$ (perte de l'un des M éléments actifs ou des N-M éléments passifs).

C. Redondance passive avec temps de reconfiguration non nul

Le modèle markovien de la redondance passive avec temps de reconfiguration non nul est fourni en annexe 3. Celui-ci ne diffère de celui de la redondance passive avec temps de reconfiguration nul que par l'ajout d'un état de reconfiguration après chaque défaillance d'un élément actif. Ainsi, la transition de l'état 1 (absence de panne) vers l'état 2 (premier état de reconfiguration) a pour taux $M * \lambda_{ON}$ (perte de l'un des M éléments actifs) et celle vers l'état 3 (perte d'un élément) a pour taux $(N-M) * \lambda_{OFF}$ (perte de l'un des N-M éléments passifs).

IV. EVALUATION D'UNE ARCHITECTURE

diverses manières afin de pouvoir comparer les résultats obtenus.

A titre d'illustration, la disponibilité opérationnelle de l'architecture présentée en figure 2 fait l'objet d'évaluation de

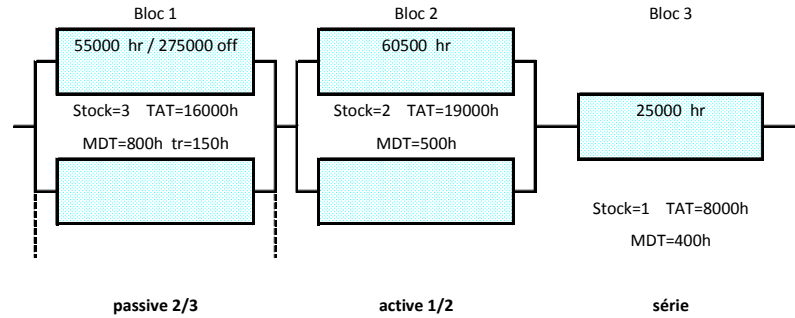


Figure 2 – Architecture et conditions de maintenance du test comparatif

A. Traitements markoviens

La disponibilité de l'architecture de la figure 2 se calcule directement à partir d'une table au moyen de l'outil SUPERCAB comme indiqué dans les figures 3.1, 3.2 et 3.3. La présence ou l'absence de valeur de dimensionnement des stocks de rechanges conduit respectivement à un calcul de

disponibilité opérationnelle ou de disponibilité intrinsèque (à stock de rechange infini). Ce calcul est réalisé en phase asymptotique ou transitoire et s'effectue au moyen de la formule générique de redondance qui génère puis traite une matrice de Markov avant de fournir un résultat.

ELEMENTS	MTTF ON (heure)	Nb	Type de redondance	MTTF OFF (heure)	Taux d'utilisation r (%)	Durée de reconfig. (heure)	MDT (heure)	Nombre d'opérateurs (1 ou n)	Stock de rechanges	TAT (heure)	Nombre de réparateurs (1 ou n)	Disponibilité à t infini
Bloc 1	55000		passive 2/3	275000		150	800		3	16000		0,944311461
Bloc 2	60500		active 1/2				500		2	19000		0,964052503
Bloc 3	25000		série				400		1	8000		0,909235056
\$	Disponibilité opérationnelle asymptotique											0,827736524

ELEMENTS	MTTF ON (heure)	Nb	Type de redondance	MTTF OFF (heure)	Taux d'utilisation r (%)	Durée de reconfig. (heure)	MDT (heure)	Nombre d'opérateurs (1 ou n)	Stock de rechanges	TAT (heure)	Nombre de réparateurs (1 ou n)	Disponibilité à t infini
Bloc 1	55000		passive 2/3	275000		150	800					0,994715459
Bloc 2	60500		active 1/2				500					0,999865637
Bloc 3	25000		série				400					0,984251969
\$	Disponibilité intrinsèque asymptotique											0,9789191

Figure 3.1 – Traitement markoviens – Disponibilité asymptotique opérationnelle et intrinsèque

ELEMENTS	MTTF ON (heure)	Nb	Type de redondance	MTTF OFF (heure)	Taux d'utilisation r (%)	Durée de reconfig. (heure)	MDT (heure)	Nombre d'opérateurs (1 ou n)	Stock de rechanges	TAT (heure)	Nombre de réparateurs (1 ou n)	Fiabilité T (hr) = 100000	Disponibilité T (hr) = 100000
Bloc 1	55000		passive 2/3	275000		150	800		3	16000		0,1066714	0,962064819
Bloc 2	60500		active 1/2				500		2	19000		0,34631998	0,973372263
Bloc 3	25000		série				400		1	8000		0,018315639	0,909244188
\$	Disponibilité opérationnelle à 100 000 heures											0,000676624	0,851459182

ELEMENTS	MTTF ON (heure)	Nb	Type de redondance	MTTF OFF (heure)	Taux d'utilisation r (%)	Durée de reconfig. (heure)	MDT (heure)	Nombre d'opérateurs (1 ou n)	Stock de rechanges	TAT (heure)	Nombre de réparateurs (1 ou n)	Fiabilité T (hr) = 100000	Disponibilité T (hr) = 100000
Bloc 1	55000		passive 2/3	275000		150	800					0,1066714	0,994715459
Bloc 2	60500		active 1/2				500					0,34631998	0,999865637
Bloc 3	25000		série				400					0,018315639	0,984251969
\$	Disponibilité intrinsèque à 100 000 heures											0,000676624	0,9789191

Figure 3.2 – Traitement markoviens – Disponibilité opérationnelle et intrinsèque à 100 000 heures

ELEMENTS	MTTF ON (heure)	Nb	Type de redondance	MTTF OFF (heure)	Taux d'utilisation r (%)	Durée de reconfig. (heure)	MDT (heure)	Nombre d'opérateurs (1 ou n)	Stock de rechanges	TAT (heure)	Nombre de réparateurs (1 ou n)	Disponibilité à t infini
Bloc 1	55000		passive 2/3	275000		150	800		3	16000	n	0,992476756
Bloc 2	60500		active 1/2				500		2	19000	n	0,995831487
Bloc 3	25000		série				400		1	8000	n	0,945257488
\$ Disponibilité opérationnelle asymptotique avec n réparateurs en usine												0,934235411

Figure 3.3 – Traitement markoviens – Disponibilité opérationnelle asymptotique avec n réparateur en usine

B. Calcul analytique

Les résultats obtenus précédemment montrent que l'indisponibilité de l'architecture est principalement due à la rupture des stocks de rechanges. La probabilité de cette dernière peut être estimée par la loi de Poisson en considérant la probabilité d'avoir plus de pannes que d'éléments dans le

stock pendant la durée TAT. La disponibilité opérationnelle asymptotique peut alors être évaluée par la formule approchée 3 comme indiqué en figure 4.

$$\text{Disponibilité} = \text{MTBF} / (\text{MTBF} + \text{MDT} + \text{Probabilité rupture du stock} * \text{TAT}) \quad (3)$$

Elément	Nb	MTBF (hr)	MDT (hr)	TAT (hr)	Stock	P _{rupture}	Disponibilité
Bloc 1	3	55000	800	16000	3	0,012154	0,948547
Bloc 2	2	60500	500	19000	2	0,025982	0,968196
Bloc 3	1	2500	400	800	1	0,041483	0,852315
							0,782750

Figure 4 – Calcul analytique

On remarque que les résultats obtenus par cette formule ne sont pas trop éloignés de ceux calculés précédemment en asymptotique à l'exception de celui du bloc 3 qui apparaît

conservateur par rapport à la valeur obtenue à partir du modèle markovien d'un élément non redondé (en redondance 1 parmi 1), appelé en figure 5.

Mat :	1	2	3	4
ok : 1	-	λ_{on}	λ_{off}	
Perte de l'élément actif : 2		-	1/MDT	λ_{off}
Perte de l'élément de rechange : 3	1/TAT		-	λ_{on}
Perte des deux éléments : 4		1/TAT		-
Init :	1	0	0	0
E tats :	1	0	1	0

Figure 5 – Modèle markovien d'un élément non redondé

C. Simulation de Monte-Carlo

La même architecture a fait l'objet d'une simulation de Monte-Carlo au moyen de l'outil SIMCAB du même atelier. Celui-ci permet de saisir les caractéristiques d'une architecture dans une table puis de générer un simulateur, basé sur les modèles de simulation récursive [3], comme indiqué en figure 7.

Les résultats de disponibilité opérationnelle à 100000 h obtenus après 5000 simulations sont fournis en figure 6. Ils se révèlent conformes à ceux obtenus précédemment par traitement markovien.

	Moyenne	Ecart-type	Intervalle de confiance à 60%	
			Min	Max
Bloc 1	0,971	0,168	0,969	0,971
Bloc 2	0,978	0,147	0,976	0,980
Bloc 3	0,911	0,284	0,908	0,915
Architecture	0,864	0,342	0,860	0,868

Figure 6 – Résultats de simulation de Monte-Carlo

La simulation de Monte-Carlo donne des résultats moins précis que ceux obtenus par traitement markovien mais est plus riche en capacité de modélisation. Elle permet notamment de considérer des stocks de rechanges partagés entre divers blocs, qui conduiraient à une explosion combinatoire du nombre d'états. Des modèles markoviens indépendants peuvent

cependant s'insérer dans un modèle global de type arbre de fautes afin de limiter, dans la mesure du possible, cette explosion.

Architecture

Passif	Simulateur
Rechange	BDF

Equipement	Panne	Réparation		Passif							Stock rechange				
				Panne OFF		T _{Reconf}		γ	N°	S	TAT				
N°	Nom	Loi	λ	Loi	μ	Condition _{OFF}	Loi				λ _{OFF}	Loi	T _{reconf}	N°	S
1	Bloc 11	EXP	0,000018	EXP	0,0012500		EXP		EXP			1	3	EXP	16000
2	Bloc 12	EXP	0,000018	EXP	0,0012500		EXP		EXP			1		EXP	
3	Bloc 13	EXP	0,000018	EXP	0,0012500	1*2	EXP	4E-06	EXP	150		1		EXP	
4	Bloc 21	EXP	0,000017	EXP	0,0020000		EXP		EXP			4	2	EXP	19000
5	Bloc 22	EXP	0,000017	EXP	0,0020000		EXP		EXP			4		EXP	
6	Bloc 3	EXP	0,000040	EXP	0,0025000		EXP		EXP			6	1	EXP	8000
+															

Fonctionnement		
N°	Nom	Condition
1	Bloc 1	2/3(E1+E2+E3)
2	Bloc 2	1/2(E4+E5)
3	Bloc3	E6
4	Architecture	F1*F2*F3
+		

	T0	Ti			Tj	DeltaT
	0	0			0	0
Equipements			TTF	TTR	TTS	
E1:	1	1	5086,87		1	Initialisation
E2:	1	1	15145,89		1	Pas_à_pas
E3:	1	1	36143,88		1	Simulation
E4:	1	1	74799,20		1	
E5:	1	1	35802,63		1	
E6:	1	1	42517,11		1	
				0,00		
Stocks				TAT		
S1:	3	3			3	
S4:	2	2			2	
S6:	1	1			1	
Fonctions						
F1:	1				1	
F2:	1				1	
F3:	1				1	
F4:	1				1	
Moyenne/mission						
F1:					1	
F2:					1	
F3:					1	
F4:					1	

Figure 7 – Simulateur d'architecture

Outre l'écart de précision offerte par les différentes méthodes de traitement, les hypothèses considérées dans une évaluation de disponibilité opérationnelle peuvent fortement influencer son résultat. Ainsi, le nombre de réparateurs chez les fournisseurs constitue un facteur déterminant, comme le montre les calculs à 1 et n réparateurs de la figure 3.3, qui devrait être pris en considération dans le cadre d'une négociation de contrat de maintenance.

I. OPTIMISATION D'UNE ARCHITECTURE

Le calcul markovien (résolution d'équations différentielles du premier ordre) est beaucoup plus rapide que la simulation et peut plus facilement se coupler à l'optimisation.

Ainsi l'ensemble des paramètres de maintenance de l'architecture évaluée précédemment peut faire l'objet d'une optimisation sous contrainte afin de diminuer son coût d'exploitation tout en satisfaisant un objectif de disponibilité opérationnelle.

A titre d'exemple, on considère un objectif de disponibilité de 0,92 et les coûts suivants relatifs à la maintenance en pourcentage du coût initial d'installation :

Rechanges : bloc 1 : 1 % bloc 2 : 2 % bloc 3 : 5 %

ELEMENTS	MTTF ON (heure)	Nb	Type de redondance	MTTF OFF (heure)	Taux d'utilisation r (%)	Durée de reconfig. (heure)	MDT (heure)	Nombre d'opérateurs (1 ou n)	Stock de rechanges	TAT (heure)	Nombre de réparateurs (1 ou n)	Disponibilité à t infini	Coût
Bloc 1	55000		passive 2/3	275000		150	501		2	10018		0,9767	4,25%
Bloc 2	60500		active 1/2				284		1	10801		0,9838	3,74%
Bloc 3	25000		série				244		1	4883		0,9574	7,34%
\$ ENSEMBLE												0,9200	15,33%

Objectif : 0,92

Figure 8 – Optimisation d'une architecture

II. CONCLUSION

L'évaluation de la disponibilité opérationnelle ne s'inscrit plus aujourd'hui dans un cadre de simple vérification de performance mais participe activement à la conception et à l'optimisation de systèmes devant répondre à des exigences de qualité du service offert à l'utilisateur, au meilleur coût.

Le modèle markovien de redondance M parmi N avec stock de rechanges S proposé dans cet article et les outils qui lui sont associés tentent de répondre à cet enjeu en simplifiant et standardisant les analyses et en automatisant la recherche d'une configuration optimale d'architecture de maintenance et de soutien logistique.

REFERENCES

[1] R. Lulheret, B. Lacosta, A. Cabarbaye, "Modèles génériques de redondance M parmi N avec stock de rechanges S," 4ème

Diminution de 50% des MDT par renforcement des équipes d'opérateurs (nombre, travail le weekend, astreintes, etc.) :

bloc 1 : 2 % bloc 2 : 2 % bloc 3 : 2 %

Diminution de 50% des TAT par renégociation des contrats de maintenance (priorité chez les fournisseurs, renforcement des équipes de réparation, etc.) :

bloc 1 : 3 % bloc 2 : 2 % bloc 3 : 3 %

Les coûts sont considérées linéaires entre 100% et 50% des valeurs initiales pour les MDT et les TAT.

Réalisé par couplage avec l'outil GEN CAB [4] du même atelier, l'optimisation de ce cas d'école donne les résultats présentés en figure 8 pour les 9 paramètres de maintenance.

Cette optimisation peut être étendue aux paramètres de l'architecture en jouant, par exemple, sur les niveaux de redondance ou sur la qualité des composants.

Conférence Francophone de MOdélisation et SIMulation (MOSIM'03), Toulouse (France), 23-25 Avril 2003

[2] A. Cabarbaye - SUPERCAB PRO : Un atelier d'Ingénierie Système sous Microsoft Excel® - 2ème Conférence Annuelle d'Ingénierie Système, organisée par l'AFIS, TOULOUSE, 26-28 juin 2001.

[3] A. Cabarbaye, R. Lulheret,, Modèle de simulation récursive et optimisation, 41èmes Journées de Statistique, Bordeaux, 2009

[4] A. Cabarbaye – Outil générique d'optimisation par Algorithmes Génétiques et Simplexe - 8 èmes Journées Nationales du groupe Mode (Mathématique de l'Optimisation et de la Décision) de la SMAI, Toulouse 23 - 25 mars 2000.

[5] S.V. Amarty, H.Pharm, R.B. Misra, Reliability of k-out-of-n warm standby systems, IEE transactions on reliability-December 2012.

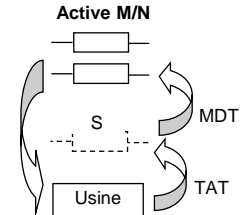
ANNEXE 1 : REDONDANCE ACTIVE

		1	2	3	-	N-M	N-M+1	N-M+2	N-M+3	N-M+4	N-M+5	-	(N-M+2)*2-1	(N-M+2)*2	(N-M+2)*3	(N-M+2)*4	-	(N-M+2)*(S+1)-1	(N-M+2)*(S+1)		
OK		1	-	$N*\lambda_{ON}$					$S*\lambda_{OFF}$												
Perte 1 élément		2		$(N-1)*\lambda_{ON}$					$1/MDT$	$S*\lambda_{OFF}$											
Perte 2 éléments		3		-					$1/MDT$ (4)	$S*\lambda_{OFF}$											
-				-																	
Perte N-M-1 éléments		N-M			-	$(M+1)*\lambda_{ON}$						$S*\lambda_{OFF}$									
Perte N-M éléments		N-M+1				-	$M*\lambda_{ON}$ (2)					$1/MDT$ (4)	$S*\lambda_{OFF}$							$M*\lambda_{ON}$ (1)	
Indisponible		N-M+2					-					$1/MDT$ (4)	$S*\lambda_{OFF}$								
	-1 rechange	N-M+3	$1/TAT$						-	$N*\lambda_{ON}$					$(S-1)*\lambda_{OFF}$						
Perte 1 élément	-1 rechange	N-M+4		$1/TAT$						-	$(N-1)*\lambda_{ON}$				$1/MDT$	$(S-1)*\lambda_{OFF}$					
Perte 2 éléments	-1 rechange	N-M+5			$1/TAT$						-				$1/MDT$ (4)						
-	-											-									
Perte N-M-1 éléments	-1 rechange	(N-M+2)*2-2			$1/TAT$							-	$(M+1)*\lambda_{ON}$								
Perte N-M éléments	-1 rechange	(N-M+2)*2-1				$1/TAT$							-	$M*\lambda_{ON}$ (2)						$M*\lambda_{ON}$ (1)	
Indisponible	-1 rechange	(N-M+2)*2					$1/TAT$							-							
	-2 rechanges	(N-M+2)*3						$1/TAT$ (5)							-	$N*\lambda_{ON}$					
Perte 1 élément	-2 rechanges	(N-M+2)*4							$1/TAT$ (5)							-					
-	-																				
Perte N-M-1 éléments	-S rechanges	(N-M+2)*(S+1)-2																		$(M+1)*\lambda_{ON}$	
Perte N-M éléments	-S rechanges	(N-M+2)*(S+1)-1																		-	$M*\lambda_{ON}$
Perte Système		(N-M+2)*(S+1)																		$1/TAT$ (3)	-

M : 2
 N : 4
 S : 2
 (N-M+2)*(S+1) : 12

- (1) Fiab_Dispo = 1 : Perte définitive du système si moins de M éléments actifs
- (2) Fiab_Dispo = 2 ou 3 : Indisponibilité temporaire si moins de M éléments actifs
- (3) Fiab_Dispo = 2 : Indisponibilité de durée TAT/(S+1) si S réparateurs
 Fiab_Dispo = 1 ou 3 : Etat absorbant
- (4) i/MDT si i opérateurs, avec i inférieur ou égal au nombre de rechanges disponibles
- (5) j/TAT si j réparateurs

Redondance(M;N; λ_{ON} ; λ_{OFF} ;T;Treconf;MDT;Nb_opérateurs;S;TAT;Nb_réparateurs;Active/passive;Fiab/Dispo)



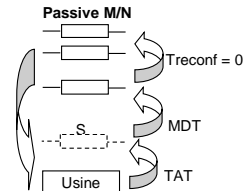
ANNEXE 2 : REDONDANCE PASSIVE AVEC TEMPS DE RECONFIGURATION NUL

Redondance passive - Treconf = 0		1	2	3	-	N-M	N-M+1	N-M+2	N-M+3	N-M+4	N-M+5	-(N-M+2)*2-2	(N-M+2)*2-1	(N-M+2)*2	(N-M+2)*3	(N-M+2)*4	-(N-M+2)*(S+1)-1	(N-M+2)*(S+1)
OK		-	$M*\lambda_{ON}+(N-M)*\lambda_{OFF}$						$S*\lambda_{OFF}$									
Perte 1 élément			-	$M*\lambda_{ON}+(N-M-1)*\lambda_{OFF}$					$1/MDT$	$S*\lambda_{OFF}$								
Perte 2 éléments				-						$1/MDT (4)$	$S*\lambda_{OFF}$							
-																		
Perte N-M-1 éléments																		
Perte N-M éléments																		
Indisponible																		
-1 rechange																		
Perte 1 élément																		
Perte 2 éléments																		
-																		
Perte N-M-1 éléments																		
Perte N-M éléments																		
Indisponible																		
-1 rechange																		
Perte 1 élément																		
Perte 2 éléments																		
-																		
Perte N-M-1 éléments																		
Perte N-M éléments																		
Indisponible																		
-1 rechange																		
Perte 1 élément																		
Perte 2 éléments																		
-																		
Perte N-M-1 éléments																		
Perte N-M éléments																		
Perte Système																		

M : 2
N : 4
S : 2
(N-M+2)*(S+1) : 12

- (1) Fiab_Dispo = 1 : Perte définitive du système si moins de M éléments actifs
- (2) Fiab_Dispo = 2 ou 3 : Indisponibilité temporaire si moins de M éléments actifs
- (3) Fiab_Dispo = 2 : Indisponibilité de durée TAT/(S+1) si S réparateurs
Fiab_Dispo = 1 ou 3 : Etat absorbant
- (4) i/MDT si i opérateurs, avec i inférieur ou égal au nombre de rechanges disponibles
- (5) j/TAT si j réparateurs

Redondance(M;N;λ_{ON};λ_{OFF};T;Treconf;MDT;Nb_opérateurs;S;TAT;Nb_réparateurs;Active/passive;Fiab/Dispo)

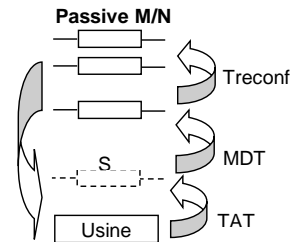


ANNEXE 3 : REDONDANCE PASSIVE AVEC TEMPS DE RECONFIGURATION NON NUL

Redondance passive - Treconf <= 0		1	2	3	4	5	-	2*(N-M)-1	2*(N-M)	2*(N-M)+1	2*(N-M)+2	2*(N-M)+3	2*(N-M)+4	2*(N-M)+5	2*(N-M)+6
OK		1	-	M*λ _{ON}	(N-M)*λ _{OFF}							S*λ _{OFF}			
	Reconfiguration	2	-	1/Treconf	M*λ _{ON} +(N-M-1)*λ _{OFF}								S*λ _{OFF}		
Perte 1 élément		3		-	M*λ _{ON}	(N-M-1)*λ _{OFF}						1/MDT		S*λ _{OFF}	
	Reconfiguration	4			-	1/Treconf									S*λ _{OFF}
Perte 2 éléments		5				-							1/MDT (4)		
-															
	Reconfiguration	2*(N-M)-2					-	1/Treconf	M*λ _{ON} +λ _{OFF}						
Perte N-M-1 éléments		2*(N-M)-1					-	M*λ _{ON}	λ _{OFF}						
	Reconfiguration	2*(N-M)						-	1/Treconf	M*λ _{ON} (2)					
Perte N-M éléments		2*(N-M)+1							-	M*λ _{ON} (2)					
Indisponible		2*(N-M)+2								-					
	-1 rechange	2*(N-M)+3	1/TAT									-	M*λ _{ON}	(N-M)*λ _{OFF}	
	Reconfiguration	2*(N-M)+4		1/TAT									-	1/Treconf	M*λ _{ON} +(N-M-1)*λ _{OFF}
Perte 1 élément	-1 rechange	2*(N-M)+5			1/TAT										M*λ _{ON}
	Reconfiguration	2*(N-M)+6				1/TAT									-
Perte 2 éléments	-1 rechange	2*(N-M)+7					1/TAT								
-															
	Reconfiguration	2*(N-M)+2)*2-4													
Perte N-M-1 éléments	-1 rechange	2*(N-M)+2)*2-3					1/TAT								
	Reconfiguration	2*(N-M)+2)*2-2						1/TAT							
Perte N-M éléments	-1 rechange	2*(N-M)+2)*2-1							1/TAT						
Indisponible	-1 rechange	2*(N-M)+2)*2								1/TAT					
	-2 rechanges	2*(N-M)+2)*2+1											1/TAT (5)		
	Reconfiguration	2*(N-M)+2)*2+2												1/TAT (5)	
Perte 1 élément	-2 rechanges	2*(N-M)+2)*2+3													1/TAT (5)
-															
	Reconfiguration	2*(N-M)+2)*(S+1)-4													
Perte N-M-1 éléments	-S rechanges	2*(N-M)+2)*(S+1)-3													
	Reconfiguration	2*(N-M)+2)*(S+1)-2													
Perte N-M éléments	-S rechanges	2*(N-M)+2)*(S+1)-1													
Perte Système		2*(N-M)+2)*(S+1)													

M : 2
 N : 4
 S : 2
 (2*(N-M)+2)*(S+1) : 18

- (1) Fiab_Dispo = 1 : Perte définitive du système si moins de M éléments actifs
- (2) Fiab_Dispo = 2 ou 3 : Indisponibilité temporaire si moins de M éléments actifs
- (3) Fiab_Dispo = 2 : Indisponibilité de durée MDT+TAT/i si i réparateurs
 Fiab_Dispo = 1 ou 3 : Etat absorbant
- (4) i/MDT si i opérateurs, avec i inférieur ou égal au nombre de rechanges disponibles
- (5) j/TAT si j réparateurs



Redondance(M;N;λ_{ON};λ_{OFF};T;Treconf;MDT;Nb_opérateurs;S;TAT;Nb_réparateurs;Active/passive;Fiab/Dispo)