

AMELIORATION DE LA METHODE NEYER D'ESTIMATION DE FIABILITE DES SYSTEMES MONO-COUP UTILISEE EN PYROTECHNIE

IMPROVEMENTS TO THE NEYER METHOD OF ESTIMATING RELIABILITY OF ONE-SHOT SYSTEMS USED IN PYROTECHNICS

Christophe Etcheverry, Marie Pouligny, Sébastien Bosse, André Cabarbaye*,

Centre National d'Etudes Spatiales (CNES)
18, avenue Edouard Belin - 31401 Toulouse

* CAB INNOVATION
3, rue de la Coquille - 31500 Toulouse
www.cabinnovation.com

Résumé

Cette communication présente des améliorations apportées à la méthode Neyer d'estimation de fiabilité des systèmes mono-coup (one shot) utilisée notamment en pyrotechnie. Elle préconise l'utilisation d'un outil d'optimisation globale pour s'affranchir des optima multiples du déterminant de la matrice de Fisher et l'absence de simplification dans les calculs. Elle propose également de remplacer sa phase d'initialisation par la mise en œuvre d'une technique bayésienne consistant à transformer la connaissance a priori en essais fictifs au moyen de deux boucles d'optimisation imbriquées. Désignée sous le nom de méthode "Caboum" et supportée par un outil (Gencab), cette méthode originale de planification optimale et d'exploitation des essais peut-être généralisée à la plupart des plans d'expériences, dont les essais accélérés de fiabilité ou de dégradation, pour caractériser les courbes de réponse. Son efficacité a été démontrée par simulation.

Summary

This paper presents improvements of the Neyer method of reliability estimation of one-shot systems especially used in pyrotechnics. It recommends the use of a global optimization tool to overcome multiple optima of the determinant of the Fisher matrix and the absence of simplification in the calculations. It also proposes to replace the initialization phase by implementing a Bayesian technique of transforming a priori knowledge in fictional tests using two nested optimization loops. Designated under the name "Caboum" and supported by a tool (Gencab), this original method of optimal planning and operation tests can be generalized to most of the design of experiments, including accelerated reliability or degradation testing, to characterize the response curves. Its effectiveness has been demonstrated by simulation.

Mots clés

Neyer, Mono-coup, One-shot, Essais, Optimal design, D-optimale, Caboum

Introduction

Différents types d'essais (One Shot, Bruceton, Probit, Neyer) peuvent être mis en œuvre pour estimer la probabilité de succès ou d'échec d'un système monocoup, dont le fonctionnement est limité à une seule utilisation et dépend d'un paramètre fonctionnel. Ainsi, le fonctionnement d'une cisaille pyrotechnique dépend de la masse de poudre utilisée pour couper un câble ou celui de l'initiateur du courant d'activation. Le but des essais est de caractériser cette loi de fiabilité en faisant l'hypothèse que la distribution des seuils de fonctionnement suit une loi normale ou log normale en fonction de la valeur du paramètre fonctionnel. La méthode Neyer diffère des autres méthodes par l'emploi de traitements statistiques après chaque essai pour définir les conditions du suivant de manière optimale, afin d'améliorer la précision du modèle de fiabilité à partir d'un même nombre d'essais de composants ou diminuer le nombre de pièces détruites au cours d'une campagne d'essais. Elle est fondée sur la D-optimalité qui consiste à maximiser le déterminant de la matrice de Fisher (inverse de la matrice de variance covariance) afin de minimiser la variance des estimateurs et d'augmenter ainsi la précision des résultats obtenus à l'issue des nouveaux essais. Cherchant à approfondir cette méthode pour ses besoins propres, le CNES a mené une action de R&T avec la société Cab Innovation qui a débouché sur certaines améliorations de la méthode.

Méthode Neyer

La méthode Neyer [1] est fondée sur la méthode du maximum de vraisemblance pour estimer les paramètres de la loi de fiabilité, à partir des résultats des essais déjà réalisés, et sur la méthode D-optimale pour définir les conditions de l'essai suivant. Par ailleurs, elle met en œuvre une stratégie d'initialisation qui lui est propre avant d'employer ces deux techniques d'optimisation.

1 Exploitation des résultats par la méthode du maximum de vraisemblance

La loi de fiabilité recherchée est une loi normale ou log normale en fonction de la valeur du paramètre fonctionnel (figure 1).

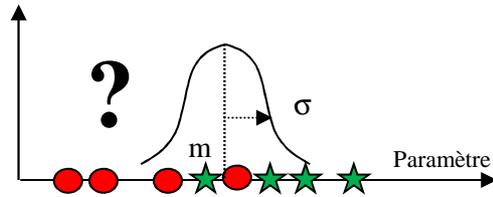


Figure 1. Densité de probabilité de fonctionnement

Les paramètres m et σ de cette loi peuvent être estimés en maximisant la vraisemblance de la séquence des N essais préalablement réalisés dont l'expression {1} correspond à une loi binomiale dont la probabilité est la fonction de répartition de la loi normale.

$$L(m, \sigma) = \prod_{i=1}^N F(X_i)^{Y_i} (1 - F(X_i))^{1-Y_i} \quad \{1\}$$

La vraisemblance est alors égale au produit des probabilités des résultats des essais réalisés, avec $Y_i = 1$ si l'essai est un succès (étoile verte de la figure 1) et $Y_i = 0$ si l'essai est un échec (rond rouge de la figure 1), et la fonction de répartition de la loi normale a pour expression la formule {2}.

$$F(X_i) = \int_{-\infty}^{X_i} \frac{1}{\sqrt{2 * \pi}} * \exp\left(\frac{-[(X - m) / \sigma]^2}{2}\right) du \quad \{2\}$$

Cet ajustement ne peut être mis en œuvre qu'en cas de recouvrement entre échecs et succès. En effet, l'écart-type σ converge vers zéro tant qu'un échec n'a pas été obtenu pour une valeur du paramètre fonctionnel supérieure à celle ayant préalablement conduit à un succès, ou inversement qu'un succès ne résulte pas d'une valeur inférieure à celle ayant préalablement conduit à un échec. Cette condition de recouvrement (overlap) à respecter pour pouvoir utiliser la méthode du maximum de vraisemblance est la raison pour laquelle la méthode Neyer intègre une phase d'initialisation.

2 Planification optimale des essais par la méthode D-optimale

Dans les plans d'expériences (design of experiments), la planification optimale (optimal designs) consiste à élaborer des plans expérimentaux qui sont optimaux par rapport à un critère statistique. Ce domaine de la statistique a été créé par le statisticien danois Kirstine Smith [2] [3].

Parmi les critères statistiques envisagés [4], le plus employé est la D-optimalité qui consiste à maximiser le déterminant de la matrice de Fisher (inverse de la matrice de variance covariance) afin de minimiser la variance des estimateurs et d'augmenter ainsi la précision des résultats obtenus à l'issue des prochains essais. Ainsi, les futurs essais sont choisis de manière à conforter l'estimation courante établie à partir des essais déjà réalisés.

A partir de l'expression de la vraisemblance {1}, la matrice de Fisher peut se calculer au moyen de la formule {3} par double dérivation du logarithme de la vraisemblance puis calcul de l'espérance {3}.

$$F = \begin{pmatrix} I_{00} & I_{01} \\ I_{10} & I_{11} \end{pmatrix} = -E \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \mu^2} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \mu \partial \sigma} \\ \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \mu \partial \sigma} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \sigma^2} \end{pmatrix} \quad \{3\}$$

$$I_{00} = \sum_i \frac{f(x_i)^2}{F(x_i)(1-F(x_i))} \quad I_{11} = \sum_i \frac{f(x_i)^2 \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)^2}{F(x_i)(1-F(x_i))} \quad I_{10} = I_{01} = \sum_i \frac{f(x_i)^2 \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)}{F(x_i)(1-F(x_i))} \quad D = I_{00}I_{11} - I_{01}^2 \quad \{4\}$$

Les termes de la matrice et son déterminant {4} sont alors calculés à partir des valeurs d'essais x_i déjà réalisés et de celles des essais à planifier qui constituent autant d'inconnues à estimer en maximisant le déterminant de la matrice de Fisher.

La méthode Neyer est séquentielle et ne cherche à planifier que l'essai suivant au moyen d'une optimisation à une seule inconnue en négligeant les termes I_{01} et I_{10} des covariances dans les calculs.

3 Stratégie d'initialisation propre à la méthode Neyer

La méthode Neyer requiert de l'utilisateur une connaissance a priori de la fonction recherchée portant sur un encadrement de la moyenne ($\mu_{\min} \leq \mu_{\text{a priori}} \leq \mu_{\max}$) et sur l'écart type ($\sigma_{\text{a priori}}$). Décrite par un logigramme dans sa présentation [1], sa phase d'initialisation peut se synthétiser de la manière suivante.

- Dans le cas d'échecs successifs, le niveau du prochain essai est donné par la formule {5}.

$$X_{n+1} = \max [(X_n + \mu_{\max})/2, X_n + (X_n - X_1), X_n + 2 \sigma_{\text{a priori}}] \quad \{5\}$$

- Dans le cas de succès successifs, le niveau du prochain essai est donné par la formule {6}.

$$X_{n+1} = \min [(X_n + \mu_{\min})/2 , X_n - (X_1 - X_n) , X_n - 2 \sigma_{\text{a priori}}] \quad \{6\}$$

- Quand les résultats sont différents et que la condition {8} n'est pas encore satisfaite, le niveau du prochain essai est donné par la formule {7}.

$$X_{n+1} = (X_{\text{Echec max}} + X_{\text{Succès min}}) / 2 \quad \{7\}$$

- Dès que la condition {8} est satisfaite, le niveau du prochain essai résulte de la méthode D-optimale et la valeur de l'écart type a priori est diminué de 20 % après chaque essai {9}.

$$X_{\text{Succès min}} - X_{\text{Echec max}} \leq \sigma_{\text{a priori}} \quad \{8\}$$

$$\sigma_{\text{a priori}} = 0,8 \sigma_{\text{a priori}} \quad \{9\}$$

- La phase d'initialisation se termine quand la condition de recouvrement (overlap) est satisfaite {10} et que la méthode du maximum de vraisemblance peut être enfin mise en œuvre.

$$X_{\text{Echec max}} > X_{\text{Succès min}} \quad \{10\}$$

Amélioration de la Méthode Neyer

Le déterminant de la matrice de Fisher présente plusieurs optima. Aussi, l'emploi d'une technique d'optimisation globale apparaît-il judicieux pour ne pas risquer d'arrêter la recherche au premier optimum local trouvé. De plus, la méthode Neyer fait une approximation dans le calcul du déterminant de la matrice de Fisher (covariance négligée) qui peut être évitée. Enfin, la stratégie d'initialisation de la méthode Neyer semble pouvoir être avantageusement remplacée par un traitement bayésien. Par ailleurs, la méthode D-optimale peut présenter des problèmes de convergence qui méritent d'être explicités.

1 Utilisation d'un outil d'optimisation globale

Un outil d'optimisation globale (Gencab), fondé sur des Algorithmes Génétiques couplés à un algorithme de simplexe (Nelder-Mead) pour accélérer la convergence [7][8], supporte dorénavant la méthode Neyer sans approximation. Celui-ci effectue les traitements successifs sur une feuille Excel comme le montre l'exemple de la figure 4.

Cet exemple porte sur la même séquence d'essais que celle présentée dans l'article de Neyer [1][6]. Les résultats finaux se révèlent relativement proches ($\mu = 5,51$ et $\sigma = 1,09$ au lieu de $\mu = 5,44$ et $\sigma = 1,09$).

On remarque cependant que la valeur de l'essai 15 est légèrement différente de celle de Neyer (6,42 au lieu de 6,37), ce qui peut s'expliquer par le fait que Neyer néglige la valeur des covariances dans le calcul du déterminant de la matrice de Fisher comme il l'indique dans son article. Cette approximation conduit à deux solutions symétriques équivalentes (à même probabilité d'échec ou de succès) lors de la maximisation du déterminant, ce qui se manifeste par une valeur très différente pour l'essai 20 conduisant ici à un échec et non pas au succès. La courbe réelle du déterminant de la matrice de Fisher, présentée en figure 3, montre un premier maximum à 3949 pour la valeur 4,0993 et un second inférieur au premier à 3876 pour la valeur 6,8809. On constate, par ailleurs, que la connaissance a priori n'est pas bonne dans cet exemple ($\mu_{\text{a priori}} = 1 = (0,6+1,4)/2$ et $\sigma_{\text{a priori}} = 0,1$ au lieu de $\mu = 5,51$ et $\sigma = 1,09$). A l'issue d'une estimation par la méthode du maximum de vraisemblance, l'outil d'optimisation calcule des intervalles de confiance asymptotiques par la méthode de Wald [9] pour les différents paramètres, ou des fonctions de ces paramètres tels que des quantiles (figure 2).

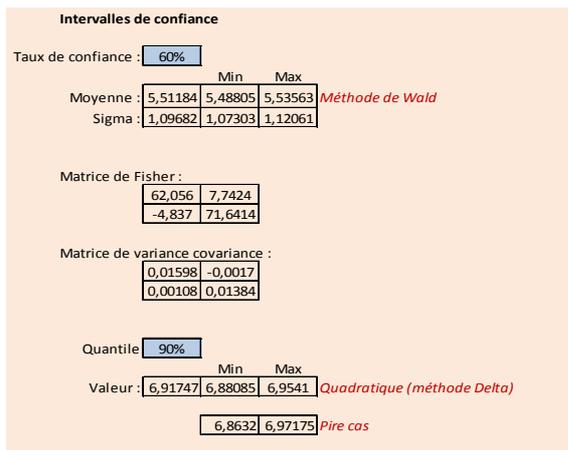


Figure 2. Intervalles de confiances

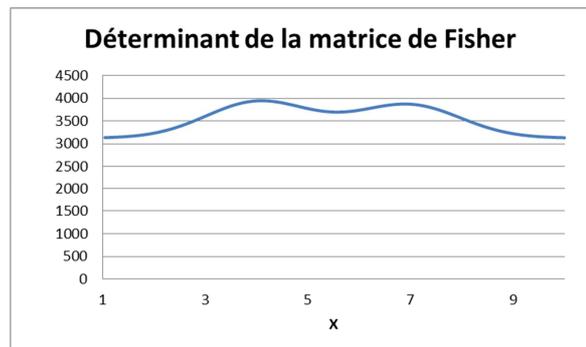


Figure 3. Courbe à 2 maxima

Méthode D-optimale / Système mono coup

INIT		Bayésien		Moyenne	Sigma	X	m : 5,512
Min :	0,6	Moyenne :				6,814	s : 1,097
Max :	1,4	Sigma :					
Sigma :	0,1	Vraisemblance :		3,2441E-05		Déterminant : 5538	

C	Valeur	Ecart-type	Résultat	Echec	Succès	Vraisemblance	Matrice Fisher				Moyenne	Sigma	X	
							xi	I_{00}	I_{11}	$I_{10} = I_{01}$				D
1	1	0,1	0	1		0,97120369	1	3E-04	0,005	-0,001	0			
1	2	0,1	0	1,2		0,96820393	1,2	0,002	0,024	-0,006	1E-08			
1	3	0,1	0	1,4		0,96495058	1,4	0,005	0,073	-0,019	3E-07			
1	4	0,1	0	1,8		0,95762413	1,8	0,021	0,254	-0,073	2E-05			
1	5	0,1	0	2,6		0,93927642	2,6	0,166	1,279	-0,459	0,002			
2	6	0,1	1		4,2	0,1153282	4,2	2,02	3,931	-2,676	0,78			
2	7	0,1	0	3,4		0,91523239	3,4	2,882	7,128	-4,337	1,742			
2	8	0,1	0	3,8		0,90081061	3,8	4,543	11,17	-6,928	2,761			
2	9	0,1	0	4		0,89296046	4	6,857	15,57	-10,12	4,392			
3	10	0,1	0	4,1		0,88887146	4,1	9,685	20,26	-13,76	6,892			
4	11	0,1892	0	4,278		0,8813251	4,278	13,31	24,84	-17,83	12,53	4,2963	0,189	4,278
4	12	0,7799	0	4,516		0,87065487	4,516	17,99	28,7	-22,08	28,57	4,95087	0,78	4,516
4	13	0,5003	1		5,554	0,18339622	5,554	24,86	28,71	-21,82	237,6	4,66084	0,5	5,554
4	14	0,9665	0	5,245		0,83397757	5,245	32,11	29,13	-23,58	379,5	5,22232	0,967	5,245
4	15	0,8405	1		6,423	0,23815645	6,423	38,26	33,38	-18,47	936	5,105	0,84	6,423
4	16	1,4174	0	6,132		0,78111495	6,132	45,79	35,79	-14,21	1437	5,73054	1,417	6,132
4	17	1,2869	1		7,558	0,32129905	7,558	48,1	43,8	-9,916	2008	5,61868	1,287	7,558
4	18	1,1993	1		7,264	0,29864542	7,264	51,66	52,9	-4,22	2715	5,54223	1,199	7,264
4	19	1,1333	1		7,053	0,28283363	7,053	56,4	62,26	2,444	3506	5,48282	1,133	7,053
4	20	1,0968	0	4,099		0,88890044	4,099	62,06	71,64	-4,837	4422	5,51184	1,097	4,099
	21						6,814	68,6	80,86	2,929	5538			6,814

Figure 4. Reprise de la séquence d'essais de l'article de Neyr

2 Convergence des estimations par la méthode D-optimale

Les graphiques de la figure 5 montrent la convergence des estimations par la méthode D-optimale au cours de 50 essais simulés à partir d'une loi normale de moyenne 5 et d'écart-type 2. Le graphique gauche de la figure 5 est représentatif d'une campagne d'essais idéale.

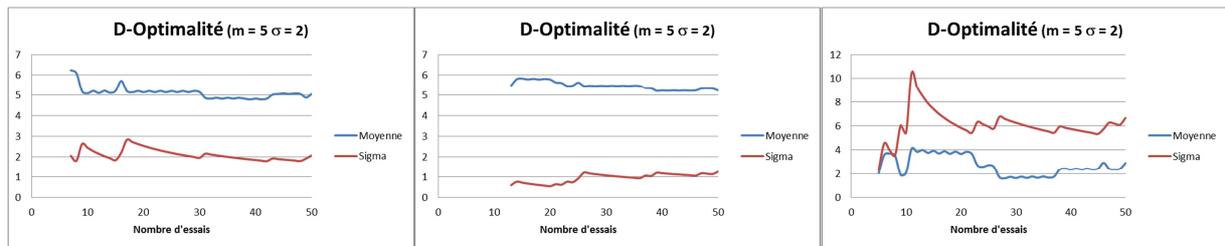


Figure 5. Convergence des paramètres

Après chaque essai, la méthode D-optimale fait évoluer les paramètres de la manière suivante :

- en cas d'échec pour une valeur inférieure à la moyenne courante, l'estimation de la moyenne augmente légèrement et celle de l'écart-type diminue légèrement,
- en cas d'échec pour une valeur supérieure à la moyenne courante, l'estimation de la moyenne augmente plus fortement et celle de l'écart-type augmente très fortement,
- en cas de succès pour une valeur supérieure à la moyenne courante, l'estimation de la moyenne diminue légèrement et celle de l'écart-type diminue légèrement,
- en cas de succès pour une valeur inférieure à la moyenne courante, l'estimation de la moyenne diminue plus fortement et celle de l'écart-type augmente très fortement,
- l'amplitude des évolutions décroît avec le nombre d'essais déjà réalisés.

Ce fonctionnement explique l'écart de précision entre les estimations des paramètres, celle de la moyenne étant généralement meilleure que celle de l'écart-type à la fin des essais. Il explique également deux problèmes de convergence pouvant être rencontrés durant les essais :

- Si l'estimation courante de l'écart-type est très inférieure à sa valeur réelle, l'évolution des deux estimateurs sera très lente comme le montre le graphique central de la figure 5.
- Si l'estimation courante de l'écart-type est très supérieure à sa valeur réelle, les deux estimateurs peuvent présenter des blocages comme le montre le graphique droit de la figure 5.

Aussi, différentes stratégies d'optimisation peuvent être mises en œuvre pour tenter de pallier ces deux difficultés, telles que :

- encadrer l'estimation de l'écart-type par des bornes définies à partir de la connaissance a priori,
- limiter les fortes variations d'estimation de l'écart-type,
- choisir alternativement parmi les 2 optima,
- choisir l'optimum privilégiant un résultat contraire au résultat courant,
- minimiser alternativement la variance de la moyenne et celle de l'écart-type au lieu de maximiser le déterminant de la matrice de Fisher, etc.

3 Remplacement de la phase d'initialisation par un traitement bayésien

La méthode du maximum de vraisemblance ne peut être mise en œuvre qu'après recouvrement entre des valeurs d'essai conduisant à l'échec et au succès. Cette condition impose une phase d'initialisation dans la méthode Neyer qui peut être remplacée par un traitement bayésien à partir de la connaissance a priori de la moyenne ($(\mu_{\min} + \mu_{\max}) / 2$) et de l'écart-type, comme l'ont déjà proposée H. A. Dror and D. M. Steinberg au moyen d'une méthode calculatoire relativement complexe [5].

Un traitement bayésien plus simple peut être également réalisé au moyen d'un outil d'optimisation globale. Celui-ci consiste à transformer la connaissance a priori en un minimum de résultats d'essais virtuels, au moyen de deux boucles d'optimisation imbriquées. La première estime les paramètres recherchés à partir de résultats d'essais virtuels par la méthode du maximum de vraisemblance sous le contrôle de la seconde qui veille à ce que la configuration d'essais conduise à une estimation conforme à la connaissance a priori tout en satisfaisant la condition de recouvrement (échec max > succès min).

Afin de limiter le poids de l'a priori, la configuration minimale peut se limiter à 3 essais fictifs comme indiqué en figure 6.

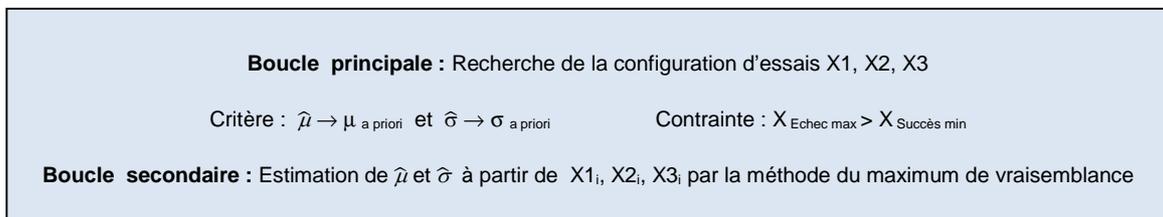


Figure 6. Traduction de la connaissance a priori en essais virtuels par deux boucles d'optimisation imbriquées

Méthode D-optimale / Système mono coup

INIT

Min :

Max :

Sigma :

Bayésien

Moyenne : 4

Sigma : 2

Moyenne

Sigma

X

3,896

m : 5,222

s : 1,072

Vraisemblance : 4,0289E-06

Déterminant : 2924

C	Valeur	Ecart-type	Résultat	Echec	Succès	Vraisemblance	Matrice Fisher					Moyenne	Sigma	X
							xi	l ₀₀	l ₁₁	l ₁₀ = l ₀₁	D			
1	20,035	2	1		20,04	0,33246866	0	1E-05	3E-04	-6E-05	0			
2	4,0304	2	0	4,03		0,71356688	4,03	0,697	0,862	-0,775	1E-04			
4	4,0304	2	1		4,03	0,28643312	4,03	1,743	2,154	-1,938	3E-04	4,03039	2,049	
4	7,0243	0,3665	1		7,024	0,29481193	7,024	2,485	4,251	-0,69	10,09	4,03039	0,367	7,0243
5	4,6076	1,531	0	4,608		0,71196019	4,608	4,941	5,057	-2,097	20,58	4,75218	1,531	4,6076
6	6,9489	1,2659	1		6,949	0,2945996	6,949	6,163	8,229	-0,128	50,7	4,65445	1,266	6,9489
4	3,0436	1,1062	0	3,044		0,71630366	3,044	6,92	11,35	-1,665	75,78	4,71269	1,106	3,0436
8	6,015	0,9396	1		6,015	0,29197458	6,015	10,54	13,33	1,014	139,5	4,59064	0,94	6,015
4	3,5187	0,8524	0	3,519		0,71498743	3,519	12,43	18,1	-1,984	221	4,64017	0,852	3,5187
9	5,5781	0,7346	1		5,578	0,29075061	5,578	17,75	18,68	-0,217	331,5	4,53605	0,735	5,5781
4	5,3017	1,0221	0	5,302		0,71002285	5,302	23,83	18,72	0,235	445,9	4,92539	1,022	5,3017
4	3,632	0,9659	0	3,632		0,71467338	3,632	26,69	25,02	-4,016	651,8	4,96136	0,966	3,632
4	6,1404	0,904	1		6,14	0,29232642	6,14	32,18	29,05	0,684	934,3	4,9067	0,904	6,1404
4	3,8577	0,863	0	3,858		0,71404668	3,858	36,39	35,86	-4,667	1283	4,94421	0,863	3,8577
4	5,9204	1,1229	0	5,92		0,7082906	5,92	43,5	38,87	-0,037	1691	5,26043	1,123	5,9204
4	6,7234	1,0722	1		6,723	0,29396481	6,723	47,7	47,11	5,847	2213	5,22197	1,072	6,7234
17	3,8959						3,896	52,99	55,2	-0,694	2924			3,8959

Figure 7. Traduction de l'apriori

Cette méthode originale de traitement bayésien est mise en œuvre dans l'exemple de la figure 7, où la connaissance a priori de $\mu = 4$ et $\sigma = 2$ est remplacée par les 3 premières valeurs d'essais virtuels. Réalisée à partir de ces essais, l'estimation par le

maximum de vraisemblance donne ainsi 4,03039 pour la moyenne et 2,049 pour l'écart-type. La suite de la procédure d'essais est alors similaire à celle mise en œuvre dans la méthode Neyer. Au terme de la séquence d'essais, l'a priori peut être conservé ou supprimé lors de l'estimation finale des paramètres μ et σ par suppression des trois essais fictifs, sous réserve que la condition de recouvrement (overlap) reste satisfaite. Afin de pallier une mauvaise connaissance a priori telle que celle de l'exemple proposé par Neyer, il apparaît judicieux de réactualiser la valeur des trois essais fictifs après chaque nouvel essai à partir de l'estimation courante des paramètres, certes fondée sur l'a priori mais également sur l'ensemble des résultats des essais déjà réalisés. La méthode de planification optimale fondée sur la D-optimalité et ce type de traitement bayésien est désignée sous le nom de méthode "Caboum".

Evaluation des améliorations apportées

Une méthode de planification d'essais ne peut être évaluée que par une simulation de Monte-Carlo. En effet, une analyse fondée sur des essais réels ne permettrait pas de prendre en compte la diversité des situations (valeurs des paramètres recherchés et de la connaissance a priori) ainsi que l'aspect aléatoire des résultats d'essais, tout en nécessitant la destruction massive de composants relativement onéreux dans le cas de systèmes mono-coup. Aussi, les différentes méthodes de planification ont-elles été comparées par simulation en cherchant à estimer les paramètres d'une même loi de fiabilité inconnue ; celle-ci étant utilisée pour tirer aléatoirement les résultats de chacun des essais.

La comparaison a porté sur la méthode Neyer originale, améliorée cependant par l'emploi d'un outil d'optimisation globale et l'absence d'approximation dans les calculs, et la méthode « Caboum » qui bénéficie d'une stratégie d'optimisation particulière pour limiter les risques de blocage identifiés au paragraphe 2. Une même loi de fiabilité inconnue, de caractéristiques $\mu = 5$ et $\sigma = 2$, a été recherchée au cours de 60 campagnes simulées de 50 essais planifiés par chacune des deux méthodes avec deux type de connaissance a priori. L'une dite proche de bonne qualité, soit $\mu_{a\text{ priori}} = 5,5$ ($V_{\min} = 5$ et $V_{\max} = 6$ pour Neyer) et $\sigma_{a\text{ priori}} = 3$, l'autre dite éloignée de qualité médiocre, soit $\mu_{a\text{ priori}} = 1$ ($V_{\min} = 0,5$ et $V_{\max} = 1,5$ pour Neyer) et $\sigma_{a\text{ priori}} = 0,5$. L'erreur relative moyenne des estimations de la moyenne et de l'écart type obtenues par les deux méthodes après 30 à 50 essais est donnée en figure 8.

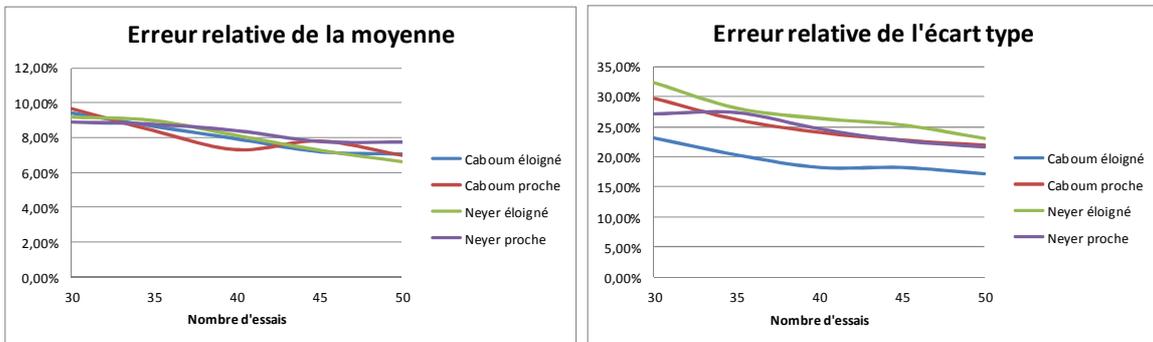


Figure 8. Erreur relative moyenne des résultats obtenus au cours de 60 séries d'essais

Si l'estimation de la moyenne est comparable dans tous les cas et relativement bonne (8% d'erreur en moyenne après 50 essais), il n'en est pas de même pour celle de l'écart-type qui est améliorée par la méthode « Caboum », notamment et paradoxalement quand la connaissance a priori n'est pas bonne et impose des variations importantes des estimateurs au cours des premiers essais. Il est également à noter que la suppression à terme des essais fictifs, qui sont recalculés après chaque essai, ne modifie que très peu les résultats obtenus.

Ces premiers résultats encourageants peuvent laisser espérer une réduction moyenne de l'ordre de 10% des pièces à détruire pendant une campagne d'essais (5 sur 50), d'autant que des marges de progression subsistent dans la stratégie d'optimisation employée. En effet, des problèmes de convergence de la méthode D-optimale peuvent encore apparaître comme le montre la figure 9 relative à la vingt-deuxième campagne d'essais de type éloigné traitée par la méthode Caboum.

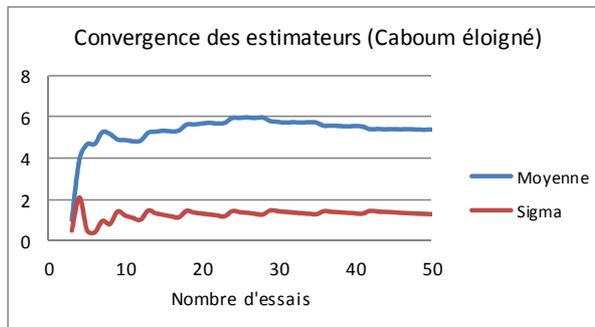


Figure 9. Vingt-deuxième campagnes d'essais

Conclusion

La méthode Neyer diffère des autres méthodes d'estimation de fiabilité des systèmes monocoup par l'emploi de traitements statistiques après chaque essai (maximum de vraisemblance et D-optimalité) afin d'améliorer la précision des résultats ou diminuer le nombre de pièces détruites.

Elle peut être cependant améliorée par l'utilisation d'un outil d'optimisation globale qui s'affranchit des optima multiples et évite toute simplification dans les calculs. De plus, sa phase d'initialisation peut être avantageusement remplacée par la mise en œuvre d'une technique bayésienne consistant à transformer la connaissance a priori en essais fictifs au moyen de deux boucles d'optimisation imbriquées.

Désignée dorénavant sous le nom de « Caboum », cette méthode de planification optimale est susceptible d'améliorer les résultats d'essais et de diminuer leur coût comme cela a été ici démontré ici par simulation, en laissant espérer une réduction de l'ordre de 10% des pièces à détruire pendant une campagne d'essais, par rapport à la méthode Neyer.

Supportée par l'outil d'optimisation Gencab de la société Cab Innovation, cette méthode peut être généralisée à la plupart des plans d'expériences, dont les essais accélérés de fiabilité ou de dégradation, pour caractériser les courbes de réponse [10].

Références

- [1] Barry T. Neyer, A D-Optimality-Based Sensitivity Test, Reprinted from TECHNOMETRICS, February 1994, Vol 36, No 1, Pages 61-70. <http://neversoftware.com/Papers/D-Optimal/D-Optimal.htm>
- [2] Optimal design, from the free encyclopedia Wikipedia. https://en.wikipedia.org/wiki/Optimal_design
- [3] Smith, Kirstine (1918). "On the standard deviations of adjusted and interpolated values of an observed polynomial function and its constants and the guidance they give towards a proper choice of the distribution of observations". *Biometrika*
- [4] Guttorp, P.; Lindgren, G. (2009). "Karl Pearson and the Scandinavian school of statistics". *International Statistical Review* 77: 64.
- [5] H. A. Dror and D. M. Steinberg (2008), "Sequential Experimental Designs for Generalized Linear Models," *Journal of the American Statistical Association*, 103, Number 481, 288-298.
http://www.math.tau.ac.il/~dms/GLM_Design/dror_steinberg_jasa_08.pdf
- [6] A. Cabarbaye, TP N° 60 - Test de sensibilité et fiabilité des systèmes pyrotechniques
<http://www.cabinnovation.com/ingenierie/le-journal-du-fiabiliste/travaux-pratiques-en-surete-de-fonctionnement>
- [7] A. Cabarbaye. Outil générique d'optimisation dans le domaine discret et/ou continu éventuellement stochastique, ROADEF'03 - Avignon, 2003.
- [8] A. Cabarbaye, Une plateforme open source d'optimisation générique hautement distribuée, ROADEF 2016 - Compiègne 2016.
- [9] A. Cabarbaye, A. Tanguy, S. Bosse, Adjustment of complex probabilistic models and estimation of confidence intervals in a discrete manner, PSAM11 & ESREL 2012, 25 - 29 June 2012, Helsinki
- [10] A. Cabarbaye, M. Pouligny, C. Etcheverry, S. Bosse, Méthode générique de planification optimale des essais de fiabilité et de dégradation, *Lambda mu* 20, 11-13/10/2016, Saint Malo