

EVALUATION DE LA SURETE DE FONCTIONNEMENT DES SYSTEMES DYNAMIQUES PAR MODELISATION RECURSIVE

CABARBAYE André 1 - LAULHERET Roland 2

Centre National d'Etudes Spatiales (CNES) (1) & (2)

18, avenue Edouard Belin - 31401 Toulouse

Tél. : 05 61 28 27 41 – Fax : 05 61 28 22 31 – Mail : andre.cabarbaye@cnes.fr (1)

Tél. : 05 61 27 47 19 – Fax : 05 61 28 22 31 – Mail : roland.laulheret@cnes.fr (2)

CAB INNOVATION (1)

3, rue de la Coquille - 31500 Toulouse

Tél. : 05 61 54 68 08 – Fax : 05 61 54 33 32 – Mail : andre.cabarbaye@cabinnovation.fr (1)

Web : www.cabinnovation.fr

Résumé :

Cet article montre l'apport de la modélisation récursive à l'évaluation de la Sûreté de Fonctionnement de systèmes dynamiques complexes, dont notamment des systèmes hybrides.

Il est illustré par la résolution d'un cas test proposé par l'IMDR-ESRA, relatif à un mécanisme de contrôle de niveau utilisé pour éviter le débordement ou l'assèchement d'une cuve, ainsi que par celle d'un problème réel de maintenance d'une constellation de satellites d'observation de la terre. Ces applications sont traitées par l'outil générique de simulation de Monte-Carlo, SIMCAB, de la société CAB INNOVATION.

Abstract :

This article shows the contribution of recursive modelling to the reliability evaluation of complex dynamic systems, in particular hybrid systems.

It is illustrated by the resolution of a test case suggested by the IMDR-ESRA, relative to a mechanism of level monitoring used to avoid the overflow or the draining of a tank, and by a real problem of maintenance of a Earth observation satellites constellation. The generic tool for Monte-Carlo simulation, SIMCAB, of CAB INNOVATION Company treats these applications.

Mots clés : Fiabilité, Dynamique, Système hybride, Modélisation, Récursive, Simulation, Monte-Carlo.

Keywords : Reliability, Dynamic, Hybrid system, Modelling, Recursive, Simulation, Monte-Carlo.

1 – Introduction

La fiabilité dynamique recouvre l'évaluation de systèmes dont le modèle de fiabilité évolue dans le temps en réponse à des événements aléatoires (une chaîne en redondance froide qui passe à l'état ON lors la défaillance de la chaîne nominale par exemple) ou à des changements liés au franchissement de seuils par certaines variables continues inhérentes au système (un mécanisme de contrôle activé dès l'entrée d'un paramètre en zone d'alerte par exemple). Le modèle de fiabilité doit alors intégrer la résolution des équations régissant l'évolution des variables continues et la prise en compte des dépendances stochastiques [Cabarbaye 00]&[Cabarbaye 99] ou des changements d'états lors du franchissement de certains seuils [Labeau 03]&[Dutuit 03].

Ce type de problématiques constitue une partie de l'ensemble plus vaste des systèmes dynamiques hybrides (SDH), formés par le couplage de systèmes continus et discrets [Castagna 03]&[Lung 03], pour

lesquelles les dépendances entre variables continues et stochastiques sont multiformes et n'interviennent pas uniquement lors du franchissement de seuils (la loi d'Arrhénius dans un modèle de fiabilité $\lambda(T^{\circ}C)$ par exemple).

A l'exception de ces derniers cas pour lesquels on ne peut plus à proprement parler de discrétisation des états, cette communication s'intéresse à la résolution des systèmes dynamiques complexes dans son ensemble et en particulier des « systèmes dynamiques hybrides discrets » dont l'évolution des variables continue peut être déterminée dans chaque état, en faisant éventuellement appel à une résolution numérique d'équations différentielles.

L'évaluation de tels systèmes pouvant s'avérer particulièrement complexe, comme l'illustrent certains développements réalisés à partir de réseaux de Petri [Dutuit 03], notre ambition est de proposer ici un formalisme de modélisation relativement simple, qui offre au concepteur la facilité d'emploi nécessaire à un usage véritablement opérationnel en entreprise et la lisibilité indispensable à la validation des modèles réalisés. Ce formalisme est basé sur la modélisation récursive qui, outre l'évaluation de systèmes hybrides, permet de simplifier considérablement la modélisation de la plupart des systèmes dynamiques complexes. Nous illustrerons notre propos par un cas d'application proposé comme cas test [Dutuit 03] par l'IMDR-ESRA puis par une problème réel de maintenance de constellation de satellites d'observation de la Terre, traités par l'outil générique de simulation SIMCAB de la société CAB INNOVATION.

2 – Modélisation récursive

Bien que couramment utilisée dans d'autres domaines d'ingénierie tels que la prévision économique [Thiriez 04] ou environnementale [ARES 02], la modélisation récursive semble curieusement absente du monde de la fiabilité. Contrairement à la modélisation classique qui tente de décrire le comportement d'un système durant toute sa mission, celle-ci se contente de décrire le comportement de celui-ci entre deux instants courants t et $t+\Delta t$. Ces instants peuvent aussi bien correspondre à une incrémentation temporelle (simulation-temps) qu'à l'occurrence d'événements particuliers (simulation-événement) tels que des changements aléatoires d'état du système, une défaillance ou un remise en service par exemple, ou au franchissement de certains seuils caractéristiques par des variables continues.

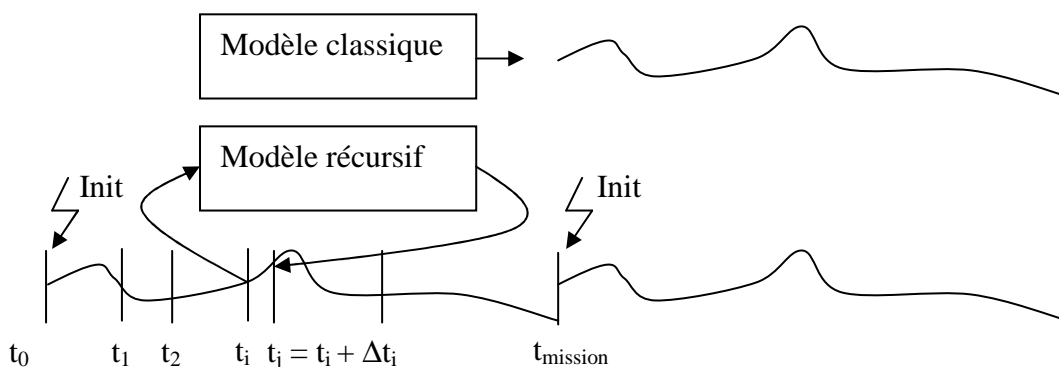


Figure 1. Modélisation récursive

Comme l'illustre la figure 1, la simulation comportementale du système au cours du temps consiste à ré-injecter l'état final obtenu par le modèle récursif à $t_i + \Delta t_i$ en entrée du modèle à $t_j = t_i + \Delta t_i$, en partant d'un état initial défini à t_0 . Il est à noter que cette simulation peut aussi bien rendre compte de caractéristiques en régime asymptotique que transitoire durant une mission limitée dans le temps (la fiabilité opérationnelle par exemple) ; une ré-initialisation périodique étant alors opérée par le modèle dès la fin de la durée de la mission.

3 – Mise en œuvre avec l’outil SIMCAB

Fonctionnant sous Excel®, l’outil générique de simulation de Monte-Carlo SIMCAB, intègre, dans sa dernière version, une fonctionnalité spécifique de traitement des modèles de simulation récursive.

Chaque simulation effectuée par l’outil consiste à recopier un certain nombre de fois l’état E_j , défini dans une plage de cellules du tableur, dans l’état E_i , défini dans une plage similaire, pendant toute la durée de la mission, en partant d’un état initial E_0 défini par ailleurs, comme l’illustre l’exemple trivial de la redondance froide décrit en figure 2.

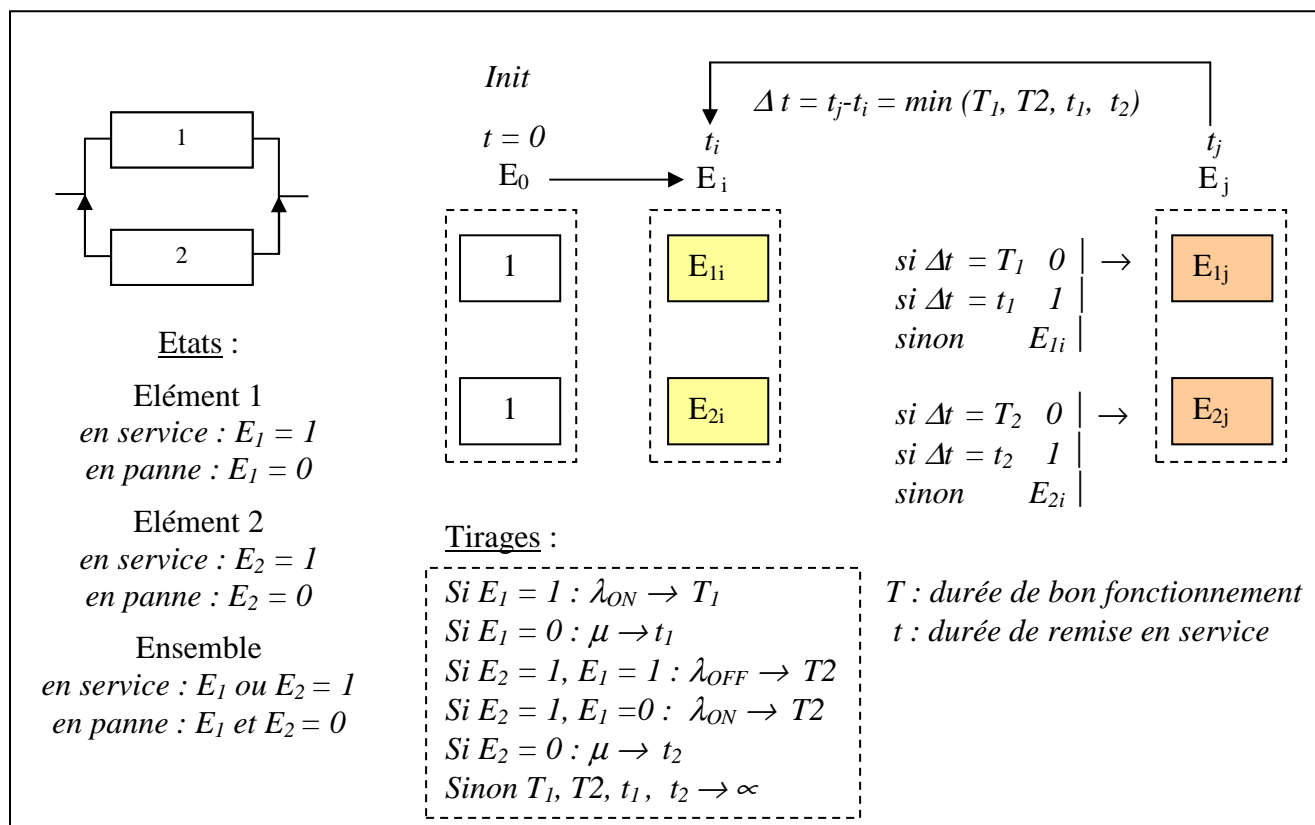


Figure 2. Modélisation d’une redondance froide

L’incrément dT considéré entre t_i et t_j est la plus petite valeur calculée parmi divers incréments de temps définis dans une autre plage de cellules.

La simulation peut être réalisée en pas à pas pour valider les modèles, ou durant une mission complète qui est rejouée un grand nombre de fois ; la précision des résultats obtenus dépendant du nombre de missions rejouées successivement (intervalle de confiance défini par le théorème central-limite). L’outil permet par ailleurs de simuler une vingtaine de lois de probabilité pouvant être ajustées à partir de données expérimentales.

4 – Cas test

Illustré par la figure 3, le cas test considéré concerne un mécanisme de contrôle d’une cuve dont le fonctionnement permet la régulation de niveau à un seuil minimum ou à un seuil maximum selon les débits relatifs entre les pompes de remplissage et la vanne de vidage.

Ces constituants ont été considérés réparables, selon les taux μ_{pompe} et μ_{vanne} , à partir de 2 modes de défaillance possibles :

- Bloqué ON ou OFF pour les pompes 1 et 2, selon un même taux λ_{pompe}
- Bloqué dans l’état courant (ouvert ou fermée), selon un même taux λ_{vanne}

L’éventualité de lois de défaillance ou de réparation autre qu’exponentielle sera évoquée ultérieurement.

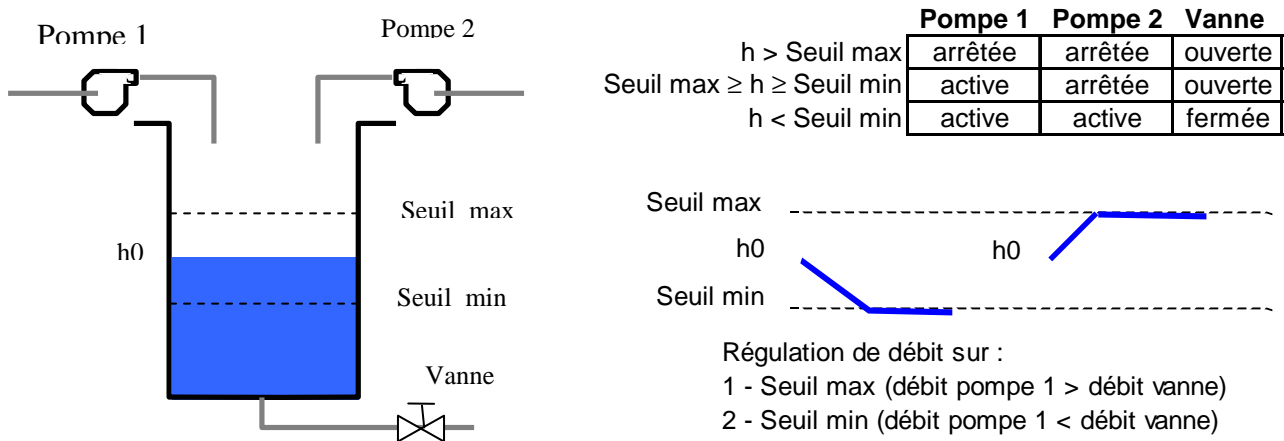


Figure 3. Mécanisme de contrôle de niveau d'une cuve

Le problème consiste alors à déterminer pour une durée de mission donnée les valeurs moyennes des paramètres suivants :

- Nombre de débordements de la cuve
- Durée cumulée des débordements
- Volume global du liquide répandu
- Nombre de vidages de la cuve
- Durée cumulée des vidages de la cuve
- Volume global de liquide non fourni

5 – Résolution

La résolution de ce cas test est présentée à la figure 4. Outre l'occurrence de chacun des événements stochastiques (panne ou réparation), le débordement et le vidage de la cuve doivent nécessairement entraîner une incrémentation du modèle récursif, puisqu'ils correspondent aux seuils caractéristiques du problème.

Dans la solution proposée, les franchissements des seuils S_{max} et S_{min} ont également été considérés comme événements conduisant à une incrémentation du modèle afin de faciliter la prise en compte du mode de défaillance de la vanne (bloquée dans l'état courant). Ce choix de modélisation permet également d'améliorer l'aspect didactique de la résolution du cas traité et facilite par la même sa validation ; une animation réalisée à partir des fonctionnalités du tableur permettant de suivre pas à pas le niveau de liquide et les différents états de fonctionnement des pompes et de la vanne.

Basé sur le même principe que celui utilisé pour traiter la redondance froide (figure 2), le modèle récursif correspondant apparaît relativement simple. A partir de l'état courant, il calcule la différence de débit entre le remplissage et le vidage. Celle-ci est nulle au seuil de régulation tant que le mécanisme de contrôle permet de pallier certaines pannes. Il calcule ensuite la vitesse verticale de la surface du liquide, l'écart de niveau séparant celle-ci du prochain seuil caractéristique, ainsi que le temps mis pour l'atteindre. Il compare cette durée aux durées de bon fonctionnement ou de réparation simulées, selon l'état du système, et incrémente le temps courant avec la durée minimum obtenue parmi ces diverses valeurs de temps. Il met alors à jour le nouvel état du système correspondant à ce nouvel instant courant.

Outre le tirage des durées de bon fonctionnement et de réparation et la mémorisation des paramètres d'évaluation requis, le modèle est ainsi constitué de 4 équations (Δ Débit, dh/dt , h_{seuil} , T_{seuil}) permettant d'évaluer la durée séparant le franchissement du prochain seuil (éventuellement infini au seuil de régulation) à partir de l'état courant du système (pannes et hauteur du liquide).

Il est à noter que dans ce cas test, l'instant de débordement ou de vidage est facile à prévoir par la résolution d'équations linéaires du temps (propres à chacun des trois domaines de fonctionnement et à l'état du matériel), fonction du débit supposé constant de la vanne de vidage. Mais dans la réalité, ce débit

dépend de la pression dans la cuve, elle-même fonction de la hauteur d'eau. Le problème se complique alors quelque peu mais peut être résolu de diverses manières : par l'utilisation directe d'une expression analytique, si une telle expression mathématique peut être développée, par une résolution numérique d'équations différentielles éventuellement réalisées au moyen d'une macro fonction du tableur ou par une tabulation sous forme d'abaque qui présente un avantage en termes de durée de traitement, éventuellement précieux dans un contexte d'optimisation de système.

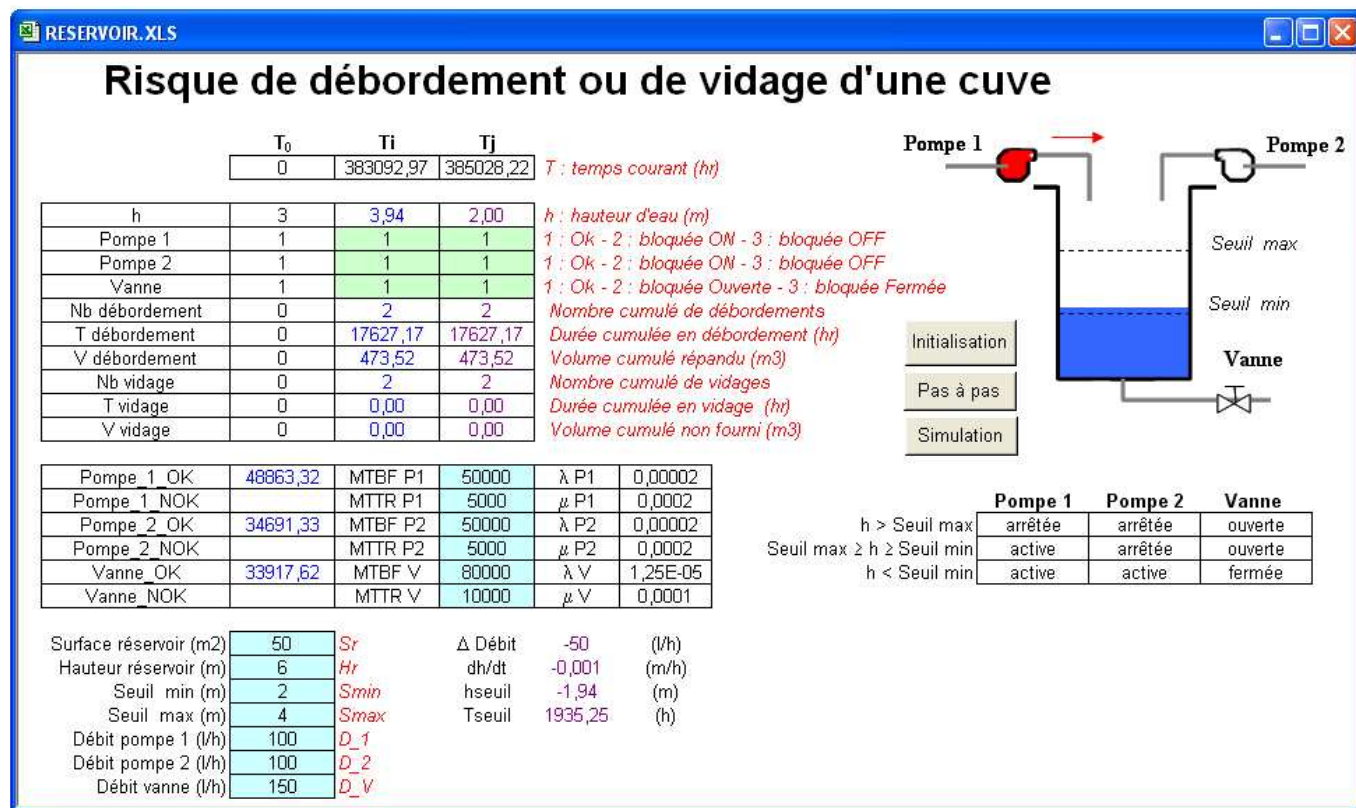


Figure 4. Résolution du cas test

Le caractère markovien du cas test traité (loi exponentielle) simplifie la modélisation qui ne mémorise que l'état courant du système à chaque incrément de temps. Cette modélisation pourrait cependant être modifiée pour tenir compte de lois d'usure. Les durées de bon fonctionnement avant panne, obtenues par exemple par tirage de lois de Weibull, serait alors à mémoriser. Le traitement d'éventuelles dépendances stochastiques, telles qu'une usure de la pompe 2 dépendant de la durée de bon fonctionnement de la pompe 1 par exemple, pourrait toutefois devenir délicat.

6 – Traitement d'un cas réel

Outre l'évaluation de systèmes dynamiques hybrides, la récursivité permet de simplifier considérablement la modélisation d'un grand nombre de systèmes.

Ainsi, un modèle relativement complexe de déploiement et de renouvellement d'une constellation de satellites, réalisée préalablement de manière classique, a été redéveloppé de manière récursive (figure5). Celui-ci concerne une mission d'observation de la terre assurée par 12 satellites simultanément opérationnels susceptibles de tomber en panne et ayant chacun une durée de vie limitée par leur capacité en ergol. L'évaluation porte sur la performance moyenne du service offert et des coûts associés pendant toute la durée de la mission en fonction des caractéristiques intrinsèques des satellites (gros/mini/micro, fiabilité, durée de vie, durée de fabrication...), des lanceurs utilisés (capacité en nombre de satellites, fiabilité...) et de la stratégie de renouvellement choisie (critère de décision, envoi de satellite de rechange en orbite, démarrage des fabrications au sol...).

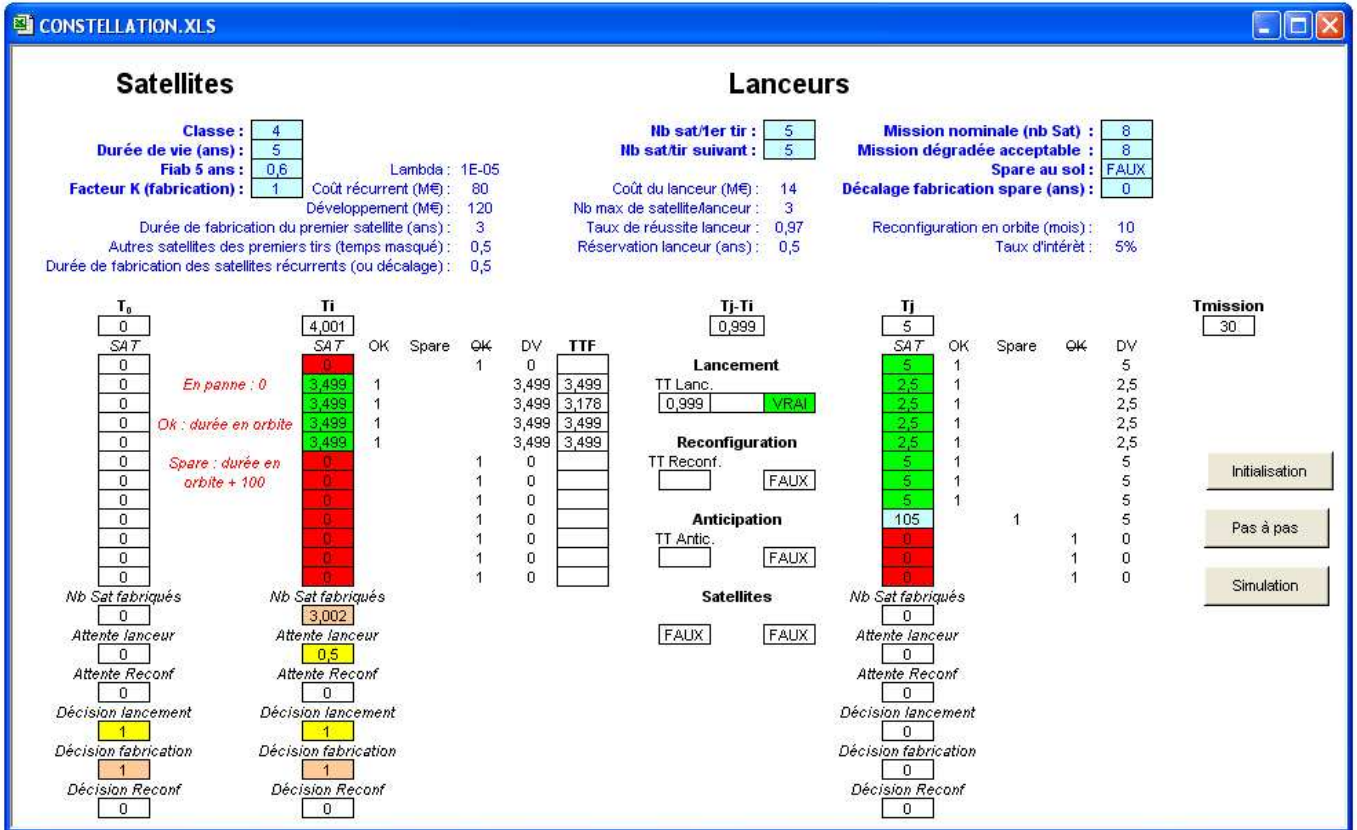


Figure 5. Modèle de constellation de satellites

7 – De l'évaluation à l'optimisation

La modélisation récursive autorise aussi bien la « simulation - temps » que la « simulation - événement », mais cette dernière est plus précise et beaucoup plus efficace (en durée de traitement) dans notre domaine d'activité ; les défaillances étant généralement des événements rares. Elle permet, par ailleurs, de limiter le nombre de tirages de variables aléatoires au strict nécessaire à la description comportementale du système en train d'évoluer.

Outre la durée d'élaboration des modèles, la durée de traitement nous apparaît en effet être une donnée cruciale notamment quand l'évaluation est réalisée dans le cadre d'une optimisation. La simulation peut alors directement se coupler avec une méthode d'optimisation automatisée comme le permet l'utilisation hybride de SIMCAB avec l'outil d'optimisation générique GEN CAB (Algorithmes Génétiques & Evolution Différentielle associés à un Simplexe non linéaire) [Cabarbaye 05]. Ainsi, le cas test proposé peut trouver un prolongement immédiat dans la recherche des caractéristiques optimales de la cuve, de son mécanisme de contrôle et de la politique de maintenance associée qui maximisent sa rentabilité.

8 - Conclusion

Bien qu'apparemment peu usitée dans notre domaine d'activité, la modélisation récursive permet de simplifier très significativement la modélisation comportementale de systèmes complexes, dont notamment des systèmes dynamiques hybrides que l'on rencontre, par exemple, fréquemment en mécatronique.

Son efficacité de traitement en termes de temps de calcul est remarquable car elle se limite au juste nécessaire à la modélisation dans l'état courant, ce qui facilite son couplage direct éventuel avec des méthodes et outils d'optimisation.

Elle ne fait pas appel à un formalisme étranger au concepteur non spécialisé, tel que les réseaux de Petri, graphe de Markov, etc., et celui-ci peut élaborer lui-même les équations d'états de son système directement à partir d'opérateurs logiques et de calcul.

Son utilisation en pas-à-pas facilite la validation du modèle et permet de voir directement évoluer le système à l'occurrence de chaque événement critique : panne, dépassement de seuils, etc.

Sa mise en œuvre est très simplifiée par rapport à celle de la modélisation classique et peut s'opérer à un coût marginal et dans des délais réduits (le cas test a été traité en une demi-journée), compatibles avec les contraintes des projets en entreprise, notamment durant les phases d'ingénierie concurrente ou de réponse à appels d'offres.

Références :

[Labeau] Pierre Etienne Labeau – *Evolution de la modélisation en fiabilité dynamique* - Journée « Fiabilité dynamique et simulation hybride » - ENSAM - PARIS, 12 mai 2003.

[Dutuit] Yves Dutuit – *Deux approches de la fiabilité dynamique : les processus déterministes par morceaux et les réseaux de Petri* - ENSAM - PARIS, 12 mai 2003

[Castagna] Pierre Castagna – *Simulation des systèmes à événements discrets, extension aux systèmes hybrides* - ENSAM - PARIS, 12 mai 2003.

[Iung] Claude Iung, Thierry Bastogne – *Problèmes de simulation des Systèmes Dynamiques Hybrides , une approche : Dymola* - ENSAM - PARIS, 12 mai 2003

[Cabarbaye] André Cabarbaye, Lamine Ngom - *Simulation dynamique des arbres d'événements* - 12^e Colloque National de Sécurité de Fonctionnement (λ/μ 12), Montpellier 28 - 30 mars 2000.

[Cabarbaye] A. Cabarbaye, L. Ngom - *Mise en œuvre de la méthode des états fictifs et génération automatique des matrices de Markov* - Congrès Qualita 99, Paris 25-26 mars 99.

[Cabarbaye] A. Cabarbaye, L. Laulheret - *De l'évaluation à l'optimisation en Sécurité de Fonctionnement* - Congrès Qualita 2005, Bordeaux 16-18 mars 2005.

[Thiriez] H. Thiriez – *La modélisation du risque - Simulation de Monte Carlo* - ECONOMICA – 2004

[ARES] Rapport ARES réalisé en mars 2002 pour le Ministère de l'aménagement du territoire et de l'environnement français, dans le cadre du programme Gestion et Impact du Changement Climatique (GICC)