

# EVALUATION ET OPTIMISATION DE SYSTEMES PAR LES MODELES DE SIMULATION RECURSIVE

A. Cabarbaye, J. Faure, R. Laulheret  
Centre National d'Etudes Spatiales (CNES)  
18, avenue Edouard Belin 31401 Toulouse  
prenom.nom@cnes.fr

A. Cabarbaye  
CAB INNOVATION  
3, rue de la Coquille - 31500 Toulouse  
andre.cabarbaye@cabinnovation.fr

## Résumé

Cette communication porte sur une méthode originale de modélisation des systèmes à états discrets, éventuellement hybrides, basée sur la récursivité. Illustrée par quelques applications représentatives, cette technique de modélisation sur tableur présente l'avantage de laisser à l'utilisateur une grande liberté dans le choix de la représentation de son système tout en préservant la topologie de ce dernier. Elle s'est récemment enrichie d'un générateur automatique de simulateur d'architecture de systèmes, définie à partir d'une description textuelle, et peut se coupler à des outils d'optimisation sans conduire à des durées de traitement réhébitoraires.

## Summary

This communication relates to an original modelling method of the discrete states systems, possibly hybrid, based on the recursivity. Illustrated by some representative applications, this modelling technique, on spreadsheet, leaves a great freedom to the user in the choice of the system representation and can preserve its topology. It recently improved by an automatic generator of systems architecture simulator defined from a textual description and can be coupled with optimisation tools without requiring computing times too long, in order to automatically seek optimal configurations of the studied systems.

## Introduction

Si différentes méthodes d'évaluation de la sûreté de Fonctionnement existent, aucune ne présente un caractère générique lui permettant de répondre de manière satisfaisante à tout les types de problématique rencontrés. Chaque méthode recouvre une technique de modélisation (Bloc Diagramme de Fiabilité, arbre de fautes, graphe de Markov, Réseau de Petri...) associée à l'une des trois méthodes de traitement que sont le calcul analytique, la résolution d'équation différentielles ou la simulation de Monte-Carlo.

Outre les phénomènes de mode ou intérêts partisans, un choix s'impose donc à l'analyste pour résoudre efficacement son problème sans risquer de se retrouver dans une impasse.

Nous rappellerons ici que la simulation de Monte-Carlo possède le domaine d'application le plus étendu mais est la moins précise et la moins rapide des trois méthodes de traitement (même si les techniques de réduction de variance sont parfois bénéfiques), ce qui restreint son usage dans le domaine de la sécurité et limite les possibilités de couplage avec des outils d'optimisation.

De même, il apparaît nécessaire de rappeler que la technique de modélisation doit avoir la capacité de représenter le comportement du système à un niveau d'abstraction pertinent pour l'analyse (sans détail inutile), tout en étant la plus simple possible afin d'éviter les erreurs de représentation qui sont malheureusement fréquentes quand les systèmes se complexifient. Il apparaît, par exemple, inopportun de traiter par réseaux de Petri une redondance que l'on peut représenter simplement par un Bloc Diagramme de Fiabilité, notamment si le modèle comportemental doit être validé par un concepteur non spécialisé.

Afin de répondre plus efficacement à des besoins rencontrés par les concepteurs, l'objet de cette communication est de présenter une technique originale de modélisation des systèmes à états discrets qui est associée à la simulation de Monte-Carlo.

Dévoilée au congrès Qualita 2005 [3], cette méthode fondée sur la récursivité a depuis fait l'objet d'évolutions significatives concernant des aides à la modélisation et le couplage à des outils d'optimisation [4]. Elle est supportée par un outil fonctionnant sous Excel® (SIMCAB) de la société CAB INNOVATION.

Cette présentation est illustrée d'exemples représentatifs dont la complexité est volontairement limitée pour faciliter la compréhension.

## Modèle de simulation récursive

Cette technique de modélisation est illustrée en figure 1. Le modèle de simulation récursive décrit une transition générique entre les états  $E_i$  (à  $t_i$ ) et  $E_j$  (à  $t_j$ ). La simulation effectuée par l'outil consiste à recopier un certain nombre de fois l'état  $E_j$ , défini dans une plage de cellules de tableur, dans l'état  $E_i$ , défini dans une plage similaire, pendant toute la mission, en partant d'un état initial  $E_0$  (à  $t_0$ ), défini par ailleurs. L'incrément de temps considéré

$\Delta t$  entre  $t_i$  et  $t_j$ , correspondant à la durée séparant l'occurrence de deux événements successifs, est la plus petite valeur calculée, à l'instant courant, parmi divers incréments de temps  $T_k$ , définis dans une autre plage de cellules. Ces durées avant changement d'état sont définies au moyen d'expressions logiques, de calcul ou de fonctions spécifiques de simulation de variables aléatoires (une vingtaine de lois de probabilité, pouvant être ajustées à partir de données expérimentales, sont proposées par l'outil). L'état  $E_j$  est également défini au moyen des fonctions du tableur à partir de l'état  $E_i$  en considérant la transition réalisée, selon la valeur  $\Delta t$ , parmi les différentes transitions possibles.

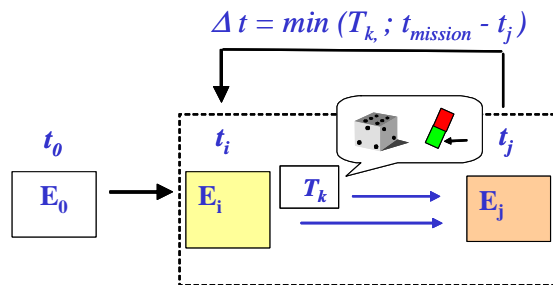


Figure 1. Modèle de simulation récursive

La simulation peut être réalisée en mode pas à pas pour valider les modèles, ou durant une mission complète qui est rejouée un grand nombre de fois selon la précision attendue des résultats, conformément au théorème central-limite. Les systèmes considérés peuvent être markoviens ou non-markoviens (avec ou sans conservation de la mémoire des changements d'états successifs) et éventuellement de type hybride [1] [2] (mélangeant des variables aléatoires et continues).

A titre d'exemple, un modèle trivial, constitué d'une simple pompe utilisée pour vider un réservoir dans lequel s'écoulent des fuites de liquide, est représenté en figure 2. Ce modèle comprend 3 cellules du tableur correspondant à l'état de la pompe (en panne = 0 ou opérationnelle = 1), de l'état du réservoir (débordement = 0 ou normale = 1) et de la hauteur du liquide dans le réservoir, aux instants  $T_0$ ,  $T_i$  et  $T_j$ . Les durées avant défaillance (TTF : Time To Failure) ou de remise en état (TTR : Time To Repair) sont définies par des expressions dans lesquelles la fonction  $L\_Exp()$  exécute un tirage aléatoire de la loi exponentielle. L'état du système à  $T_j$  dépend de son état à  $T_i$  et de l'événement survenu à  $T_i + \Delta t$  (la plus petite valeur parmi le TTF, le TTR et la durée avant le prochain débordement). Le nombre de débordement et la moyenne du volume de liquide répandu sont calculés par itération sur toute la durée de la mission (10 000 heures). Pour en faciliter la validation, l'ergonomie du modèle peut être améliorée en utilisant certaines fonctionnalités du tableur. Ainsi les formats conditionnels permettent de colorer les cellules en fonction de leur contenu (couleur dépendant de l'état des composants par

exemple) et de véritables représentations animées du système peuvent être éventuellement couplées au modèle sous forme de synoptique. Dans cet exemple le niveau de liquide de la figure est

directement lié au paramètre correspondant du modèle afin de pouvoir en suivre l'évolution au pas à pas.

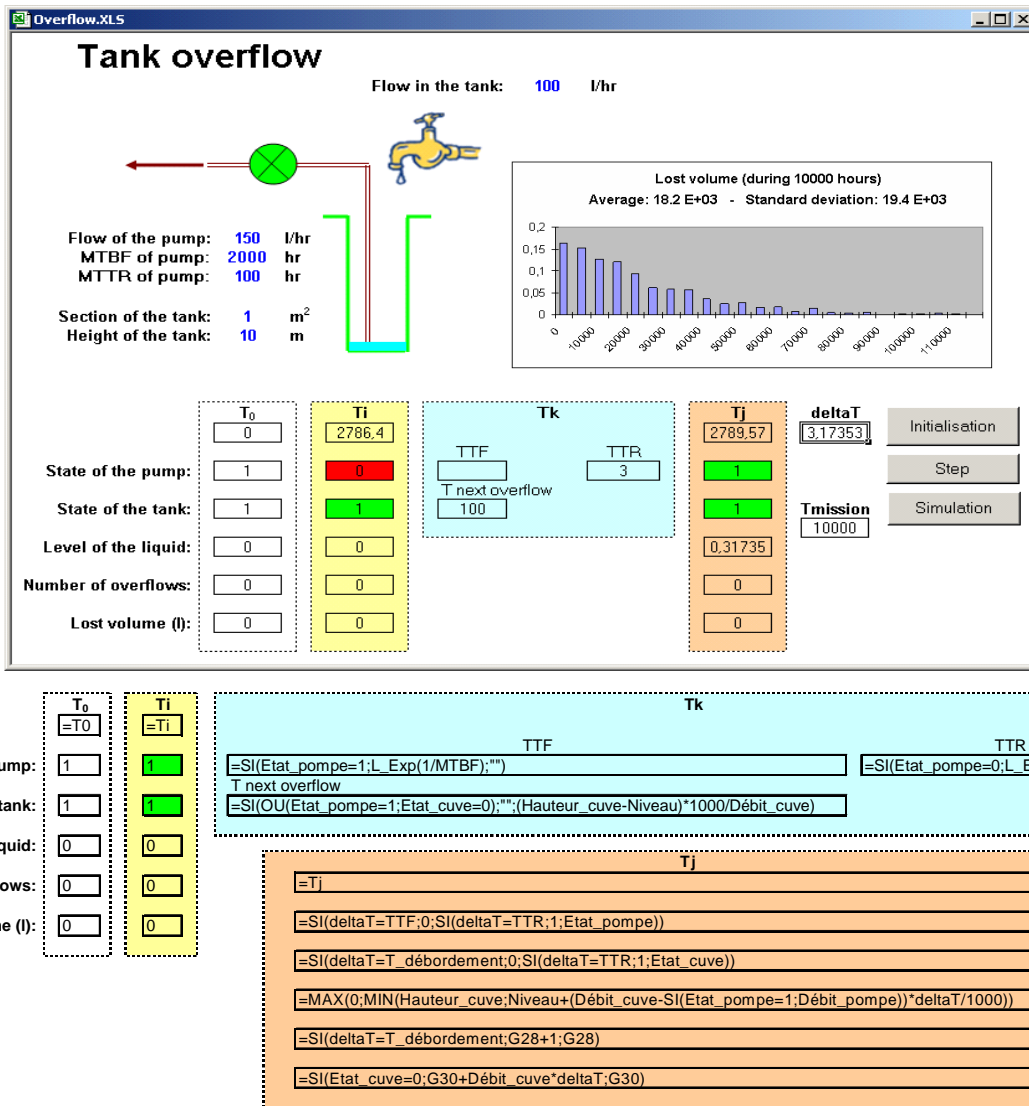


Figure 2. Débordement d'une cuve

Le modèle de simulation récursive ne fait appel qu'à des fonctions logiques ou de calcul. Il permet de conserver la topologie du système comme le montre l'exemple de la figure 3 correspondant à un réseau de distribution électrique alimenté par 4 centrales. Comprenant de multiples lignes et nœuds de raccordement, ce modèle permet d'évaluer la disponibilité du service offert à un abonné situé en n'importe quel point X du réseau. Le système étant ici considéré comme markovien, le modèle est simplifié par le fait qu'il perd la mémoire de l'ensemble des événements survenus avant l'instant Ti. Il pourrait évidemment traiter des lois autres qu'exponentielles et être complexifié à loisir au moyen de la fonction copier/coller. Une fonction matricielle de propagation des états énergétiques est proposée par l'outil afin de passer de l'état des constituants du réseau (à Ti) à leur niveau énergétique (en haut de la figure). Il est à noter que cet exemple particulier pourrait être traité au moyen d'un arbre de fautes (au risque d'oublier certains chemins) ou d'un Diagramme de Décision Binaire [5] qui présentent l'avantage de conduire à des calculs analytiques. Mais l'ajout de dépendances entre composants du système (loi de dégradation dépendant du niveau énergétique...) ou entre opérations (réparateurs en nombre limité...) rendrait la simulation de Monte-Carlo incontournable pour traiter ce type de problème. Des réseaux de télécommunication ou de transport (ferroviaire, aéronautique, routier...) peuvent être traités de manière similaire.

### De l'évaluation à l'optimisation

L'outil de simulation peut se coupler directement à un outil d'optimisation (GENCAB) basé sur une méthode hybride associant Algorithmes Génétiques, Evolution Différentielle et Simplexe non linéaire (algorithme de Nelder Mead). Cependant, le couplage entre optimisation et simulation stochastique, qui consiste à rechercher une configuration optimale de paramètres à partir des résultats d'une évaluation traitée par simulation de Monte-Carlo, s'avère particulièrement difficile voire réhébitoraire, car très pénalisant en termes de durée de traitement. En première approximation, le nombre de cas de simulation à réaliser est égal au nombre d'évaluations nécessaires à l'optimisation pour assurer la convergence, multiplié par le nombre de cas de simulation requis par la précision recherchée pour chacune des évaluations (soit environ 2000 \* 2000 = 4 millions pour une application typique). C'est pourquoi une technique originale de couplage a été introduite pour diminuer la durée globale des traitements [6]. Illustrée par la figure 4, le principe de base de ce couplage consiste à faire varier la précision de l'évaluation de chacune des solutions candidates (de 50 à 2000 simulations de la mission par exemple), en fonction des résultats d'une évaluation grossière menée préalablement (à 50 simulations par exemple).

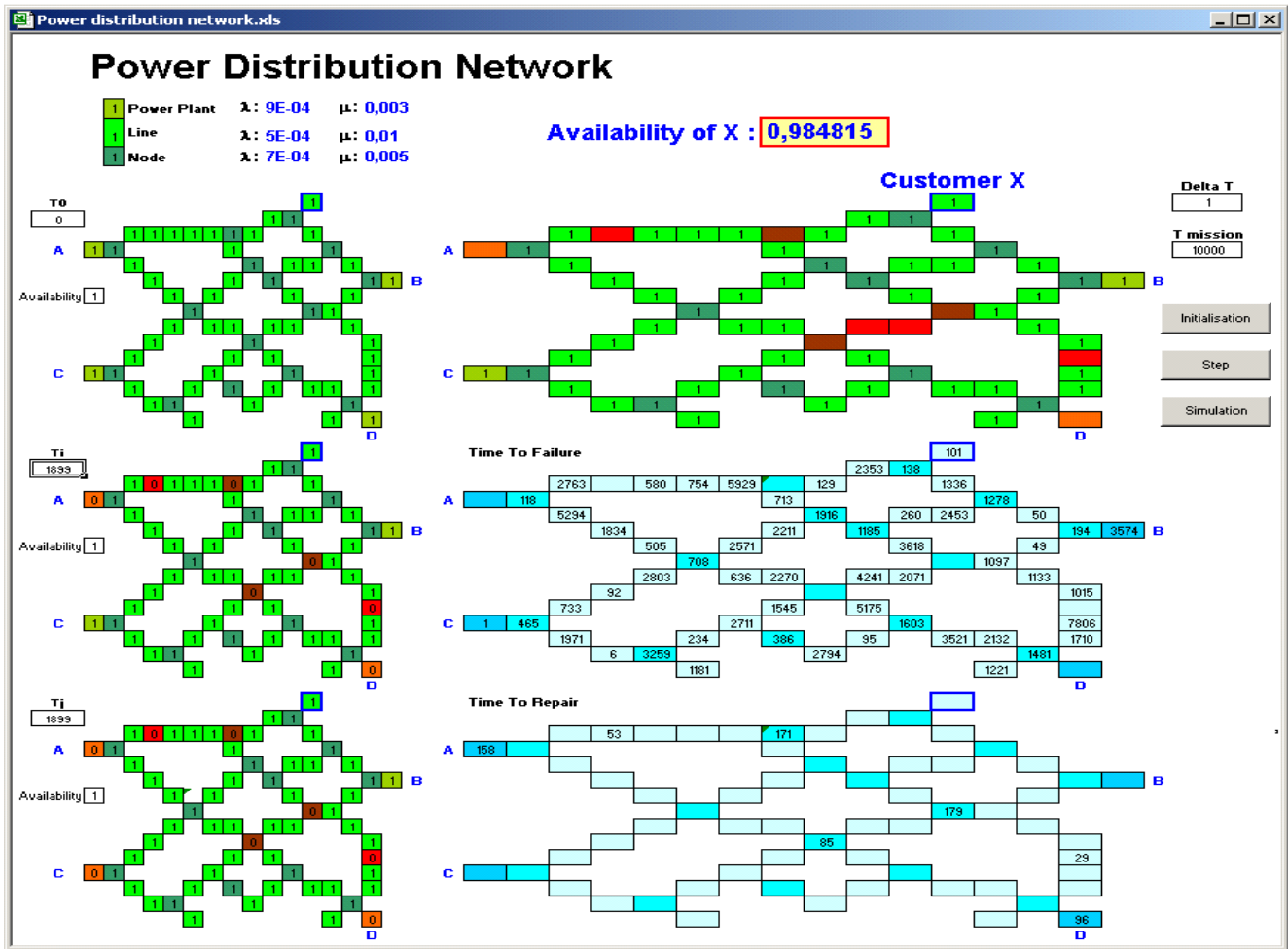


Figure 3. Réseau de distribution électrique

Cette amélioration du couplage se révèle très efficace et permet de diminuer les temps de calcul dans un rapport 30 environ dans le cas de 2000 simulations par évaluation ; le gain apporté étant d'autant plus important que la précision requise est élevée.

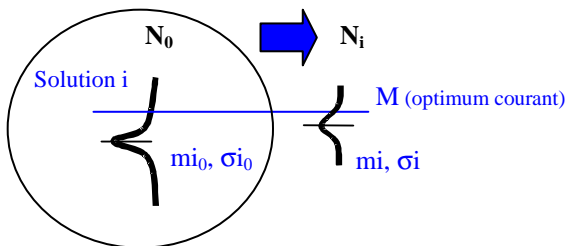


Figure 4. Principe de couplage

A titre d'illustration, l'exemple de la figure 5 représente un petit système électrique dont on cherche à optimiser la maintenance. Celui-ci est constitué de deux alimentations en redondance secourues par une batterie d'accumulateurs, d'un commutateur automatique et de deux moteurs en redondance. Le modèle de simulation récursive correspondant à ce système est présenté en figure 6. L'optimisation consiste à rechercher la configuration de 5 paramètres,  $\mu_1$  (taux de réparation des alimentations),  $\mu_2$  (taux de réparation du commutateur),  $\tau$  (durée d'autonomie batterie), T (période de maintenance de la batterie) et m (logarithme du MTTR des moteurs), qui maximise la disponibilité du système pendant une durée de 10000 heures, tout en satisfaisant une contrainte de coût moyen horaire ( $\leq 3,6$  €/heure). Cette optimisation est réalisée en une douzaine d'heures environ au lieu d'une quinzaine de jours nécessaires si le couplage amélioré entre optimisation et simulation n'était pas activé.

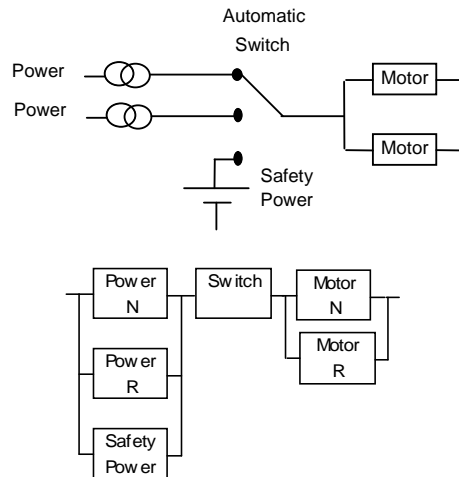


Figure 5. Système électrique

Il faut noter que ce modèle doit mémoriser certains délais avant transition car le système n'est que partiellement markovien. Pour les deux alimentations, les durées avant défaillance par rapport à l'instant courant  $T_i$  (TTF) et celles avant réparation (TTR) sont obtenues respectivement par tirage de lois exponentielles (fonction  $L\_EXP()$  de taux  $\lambda_1$  et  $\mu_1$  avec absence de valeur dans les états non concernés soit «''»). L'état à  $T_j$  ne change alors que si l'une de ces deux valeurs correspond au plus petit incrément à l'instant courant ( $\Delta T$ ). Si la durée avant défaillance de la batterie est obtenue de la même manière, sa durée avant la prochaine réparation périodique est obtenue par

l'expression «  $ENT(T_i/T)+1$  » \*  $T - T_i$  ». Par ailleurs, lorsque le commutateur bascule sur la batterie (position 3) et à condition que celle-ci ne soit pas en panne, un délai correspondant à la durée d'autonomie restante est initialisé à la valeur  $\tau$  puis est décrémenté de  $\Delta T$  à chaque transition d'état. Si l'élément sélectionné par le commutateur tombe en panne, l'état de ce dernier est défini par le tirage d'une loi binomiale ( $L\_BIN()$ ) de taux  $\Gamma$  représentatif des pannes à la sollicitation. La réparation est alors régie par une loi exponentielle de taux  $\mu_2$ . Si le commutateur fonctionne et que celui-ci sélectionne la batterie ou que l'élément sélectionné tombe en panne, le commutateur

bascule sur l'une des alimentations ou à défaut sur la batterie. Les durées de bon fonctionnement et de réparation des moteurs sont régies respectivement par des lois de Weibull ( $L\_WEI()$ ) et Lognormale ( $L\_LOG()$ ). Ces lois n'étant pas exponentielles, les durées ne sont tirées qu'une seule fois et initialisent un délai qui est décrémenté de  $\Delta T$  à chaque transition d'état. L'état de disponibilité du système correspond à la condition définie par le Bloc Diagramme de Fiabilité. La disponibilité moyenne durant la mission est mise à jour à chaque transition d'état.

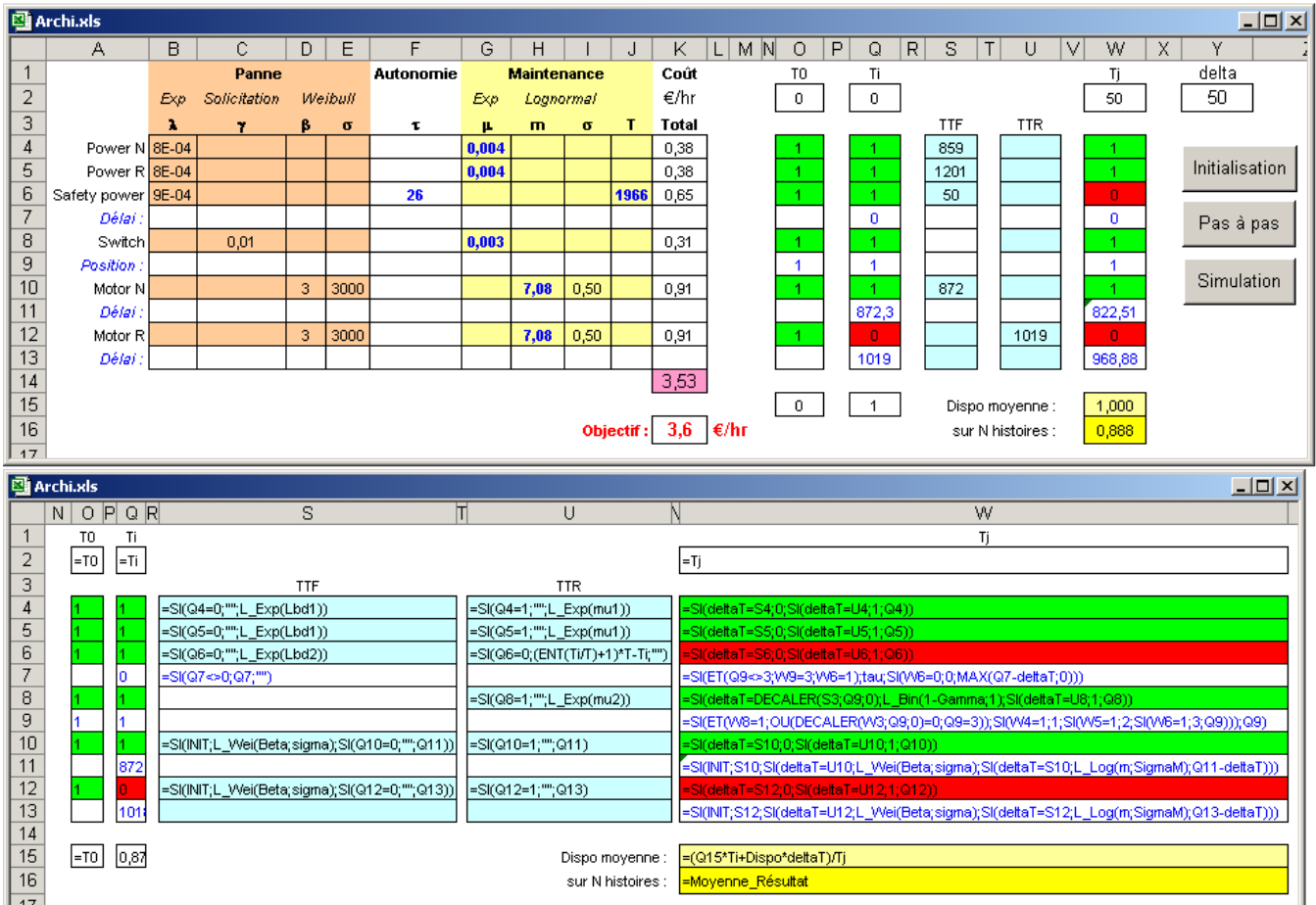


Figure 6. Modèle du système électrique

### Optimisation d'architecture

Comme pour les systèmes en réseau présentés précédemment, le modèle de simulation récursive permet de représenter les architectures en conservant la topologie particulière du Bloc Diagramme de Fiabilité. Les diagrammes peuvent alors être complexifiés, comme l'illustre la figure 7, en considérant, par exemple, des dépendances entre les chaînes (redondance froide), des lots de rechanges (équipements B, F et D) éventuellement mutualisés (D1 et D2) et toutes les durées opérationnelles et logistiques (TC : durée de reconfiguration entre chaîne, MTTR : durée de réparation ou échange standard, TAT : durée de réapprovisionnement ou de réparation en usine...).

Associé à une fonction de coût, le modèle peut également se coupler à un outil d'optimisation comme le montre cet exemple où une configuration optimale de 22 paramètres influents (dimensionnement des rechanges, durées de reconfiguration entre chaîne, MTBF, MTTR et TAT des équipements) est recherchée afin de maximiser la disponibilité du système tout en respectant une contrainte de coût global (170000).

Afin de faciliter l'élaboration de tels modèles et éviter d'éventuelles erreurs, l'outil s'est récemment enrichi d'un générateur automatique de simulateur d'architecture de

systèmes. Cette architecture est définie à partir d'une description textuelle saisie préalablement dans une table, telle que celle présentée à la figure 8. La structure du Bloc Diagramme de Fiabilité correspondant est établie à partir d'une expression logique entre les divers équipements du système ( $1+(2*3(4+5*6))$ ) dans laquelle le « + » est l'opérateur OU et le « \* » l'opérateur ET.

### Conclusion

Se présentant comme une alternative à d'autres techniques de modélisation, telles que les réseaux de Petri stochastiques, le modèle de simulation récursive présente l'avantage de laisser à l'utilisateur une grande liberté dans le choix de la représentation de son système en préservant, s'il le désire, la topologie de celui-ci.

Applicable à tous les systèmes à états discrets (markoviens, non-markoviens et hybrides), cette méthode originale de modélisation, qui s'appuie sur les fonctionnalités d'un tableur largement diffusé, s'avère particulièrement souple et permet de développer et de valider des modèles de simulation dans un délai et à un coût très compétitif.

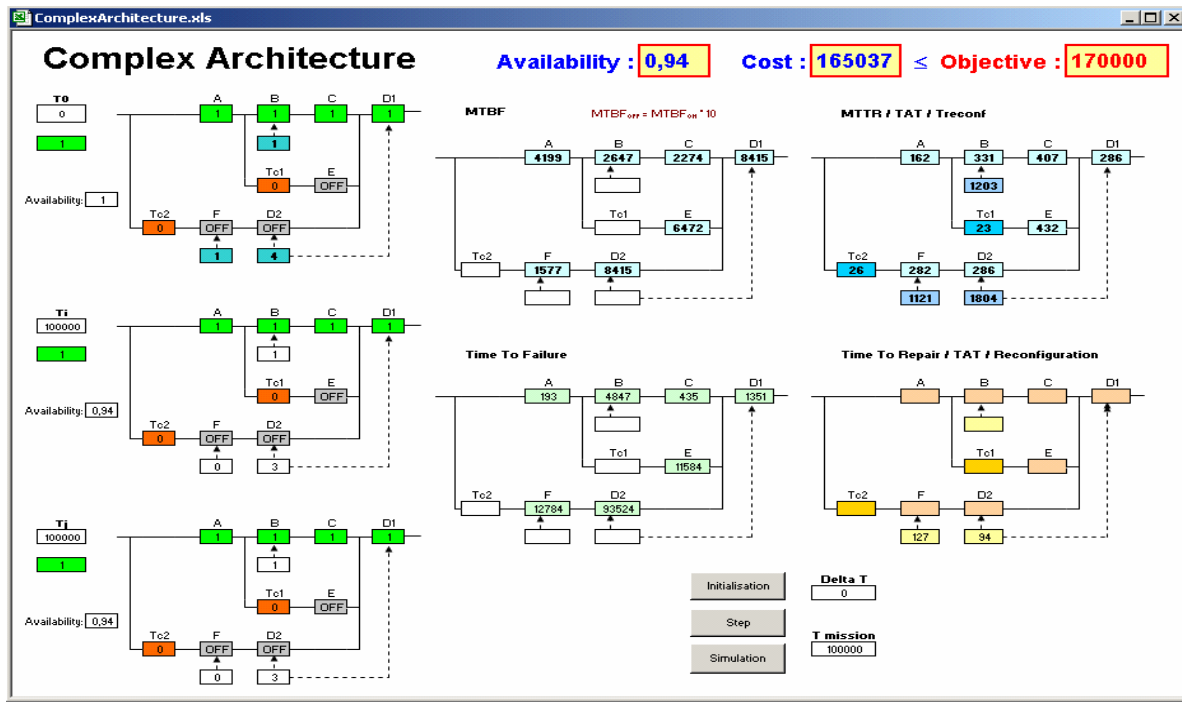


Figure 7. Optimisation d'architecture de système

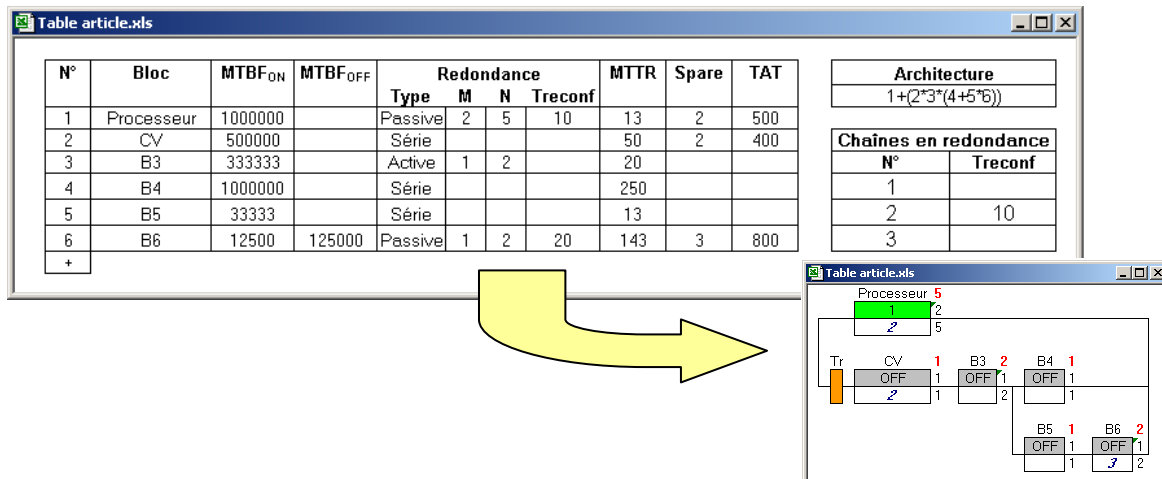


Figure 8. Générateur automatique de simulateur d'architecture de systèmes

Ces modèles peuvent se coupler directement à des outils d'optimisation en bénéficiant d'améliorations algorithmiques qui permettent de limiter significativement la durée de traitements jusqu'alors rédhitoire.

Ils ont ainsi permis de résoudre des problématiques complexes du domaine spatial, pour le compte du CNES [6] et de l'organisation internationale EUMETSAT [7], telles que l'optimisation du déploiement et du renouvellement de constellations de satellites ou celle de l'architecture et des conditions d'exploitation de moyens au sol (stations de réception, centres de contrôle ou d'exploitation, etc.).

De tels simulateurs peuvent être développés dans de nombreux domaines d'ingénierie (transports aériens, réseaux ferroviaires, centres routiers, télécommunications, énergie...), afin de tester la capacité opérationnelle des systèmes et d'optimiser leurs caractéristiques et conditions d'exploitation et de maintenance, dès les phases préliminaires de conception.

A partir d'éléments textuels, la génération automatique de modèles de simulation d'architecture de systèmes met enfin cette technique à la portée des concepteurs non spécialisés en limitant les risques d'erreurs et en réduisant l'activité de modélisation à sa plus simple expression.

### Références

- [1] Pierre Etienne Labeau, Evolution de la modélisation en fiabilité dynamique, Journée « Fiabilité dynamique et simulation hybride », ENSAM, PARIS, 2003.
- [2] Yves Dutuit – Deux approches de la fiabilité dynamique : les processus déterministes par morceaux et les réseaux de Petri, ENSAM, PARIS, 2003.
- [3] Cabarbaye A., Laulheret R., Traitement de la fiabilité dynamique et des systèmes hybrides par modélisation récursive, QUALITA 2005, Bordeaux, 2005.
- [4] A. Cabarbaye, J.Faure, R. Laulheret, Couplage entre optimisation et simulation stochastique, ROADEF'06, Lille, 2006.
- [5] A. Rauzy. An Brief Introduction to Binary Decision Diagrams. RAIRO-APII-JESA, 30(8):1033-1051, 1996.
- [6] J. Faure, A. Cabarbaye, R. Laulheret, Evaluation et optimisation des systèmes réparables, Lambdamu 15, Lille, 2006.
- [7] G. Bernede, J.C. Philippe, V. Casanovas, Modélisation récursive et simulation d'une constellation de satellites, Lambdamu 15, Lille, 2006.