

Optimisation de systèmes réparables avec stocks de rechange partagés

A. Cabarbaye^{1&2} and J. Faure² and R. Laulheret²

1. CAB INNOVATION
3, rue de la Coquille - 31500 Toulouse
andre.cabarbaye@cabinnovation.fr

2. Centre National d'Etudes Spatiales (CNES)
18, avenue Edouard Belin - 31401 Toulouse
andre.cabarbaye@cnes.fr
julien.faure@cnes.fr
roland.laulheret@cnes.f

Mots-clés : Optimisation stochastique, Markov, simulation récursive, disponibilité, maintenance

1 Introduction

Dans tous les domaines d'ingénierie (télécommunication, énergie, transport, santé, banque..), l'optimisation des systèmes sous contraintes de Sûreté de Fonctionnement (fiabilité, disponibilité, sécurité...) est devenue une problématique d'autant plus prégnante que l'utilisateur exige dorénavant de son prestataire une qualité de services irréprochable dans un contexte concurrentiel exacerbé.

Répondant à des objectifs contractuels de plus en plus précis, cette optimisation, menée généralement selon un critère de coût, passe par une évaluation de la disponibilité de systèmes souvent complexes, constitués de multiples équipements architecturés selon divers schémas de redondance et pour lesquels des stocks de rechange d'équipements spécifiques ou banalisés en divers points de l'architecture sont à constituer pour pallier les délais d'approvisionnement ou de réparation.

Outre l'aptitude à modéliser le comportement réel de tels systèmes, les méthodes d'évaluation choisies doivent conduire à des traitements rapides pour pouvoir directement se coupler à des méthodes d'optimisation stochastiques [1] particulièrement gourmandes en nombre d'évaluations à réaliser pour assurer la convergence.

L'objet de cette communication porte sur deux techniques d'évaluation de la disponibilité de systèmes réparables bien adaptées à ce contexte d'optimisation. Supportées par des outils de la société Cab Innovation, elles sont illustrées par un cas d'application représentatif des moyens utilisés au sol pour les systèmes spatiaux.

2 Méthodologies

En dépit de phénomènes de mode ou écoles de pensée, il n'existe pas de méthode d'évaluation applicable à toutes les situations, car chacune présente des avantages et des inconvénients :

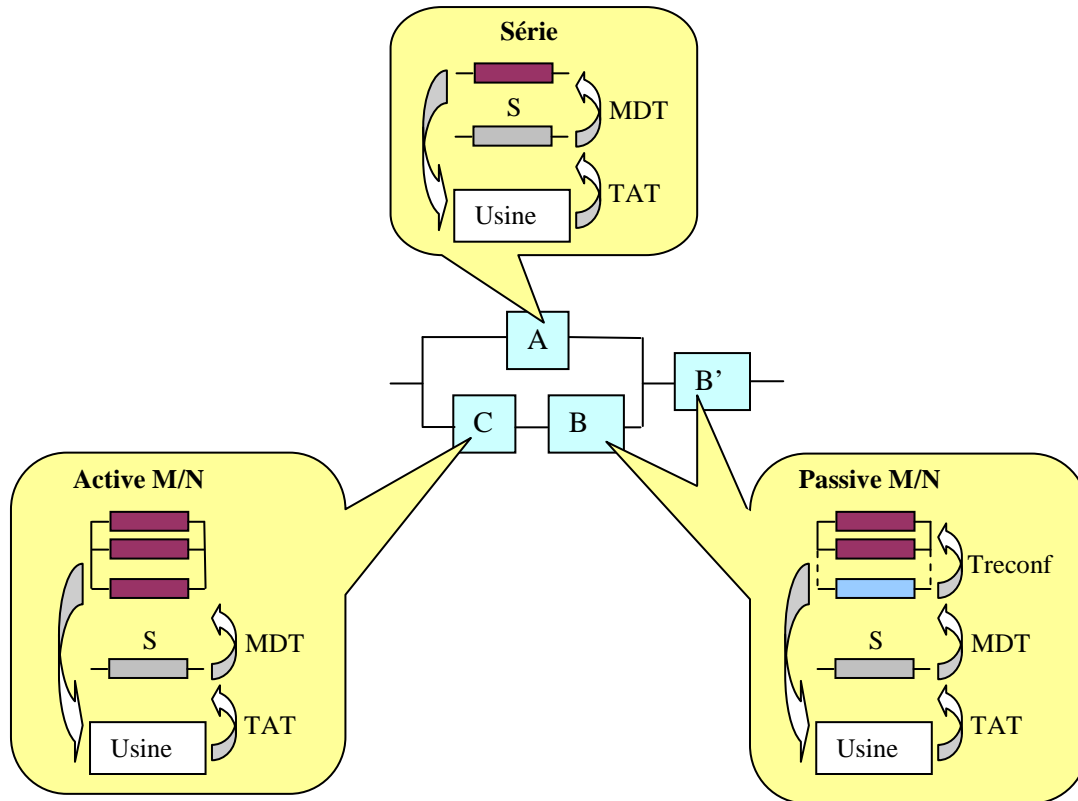
- Les Blocs Diagrammes de Fiabilité et les arbres d'événements conduisent à des traitements analytiques rapides, mais présentent un caractère statique incompatible avec la prise en compte d'une certaine complexité.
- Les traitements markoviens sont également rapides et précis mais sont vite limités par l'explosion combinatoire.
- Les techniques de modélisation conduisant à un traitement par simulation de Monte-Carlo (réseau de PETRI stochastique, etc.) ont un grand pouvoir de représentation mais s'avèrent particulièrement lentes (la durée d'une simulation étant environ 1000 fois supérieure à celle d'un traitement équivalent analytique ou markovien pour 2 à 3 décimales de précision).

Aussi deux types de modélisation, pouvant se coupler directement à des outils d'optimisation, sont privilégiés au CNES sur ses différents programmes :

- Une modélisation hybride, associant arbre de fautes et traitements markoviens quand les systèmes sont constitués de sous-ensembles indépendants de complexité moyenne.
- Un modèle de simulation récursive quand ce découpage est impossible du fait notamment de la multiplication des dépendances entre les sous-systèmes.

3 Cas d'application

Pour illustrer notre propos, nous avons choisi un exemple représentatif de l'architecture d'un centre de contrôle de satellites qui a été volontairement limité à quelques équipements pour simplifier la présente démonstration (figure 1).



	MTBF					(heures)		
	M	N	S	ON	OFF	Treconf	MDT	TAT
A	1	1	2	10000	100000	-	15	70
B	2	3	1*	2000	20000	10	20	500
B'	1	2	1*	2000	20000	10	20	500
C	1	3	2	3000	30000	-	30	650

* B et B' : équipements identiques avec rechanges éventuellement partagées

Figure 1. Cas d'application

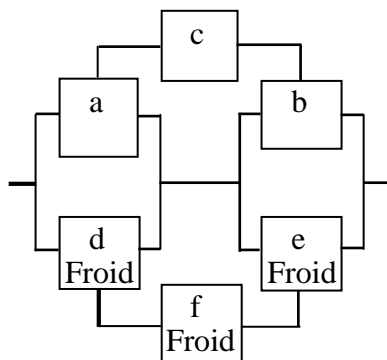
Cet exemple est constitué de sous-ensembles indépendants en série ou en redondance active ou passive de type M parmi N avec stock de rechange de dimension S. La maintenance est caractérisée par des durées de réparation par échange standard (MDT : Mean Down Time) et des délais de réparation en usine ou de réapprovisionnement du stock (TAT : Turn Around Time). Les redondances passives, chaude ou froide ($\lambda_{OFF} \neq \lambda_{ON}$), sont caractérisées par des durées de reconfiguration (Treconf) sur les équipements en

redondance. Des dépendances entre sous-ensembles, telles qu'un stock de rechange partagé entre B et B', seront introduites ultérieurement.

4 Modèle hybride associant arbre de fautes et traitements markoviens

Quand les systèmes sont constitués de sous-ensembles indépendants de complexité moyenne, un modèle hybride, associant arbre de fautes et traitements markoviens constitue une alternative pertinente. En effet les sous-ensembles peuvent alors faire l'objet d'une modélisation markovienne afin de prendre en compte leurs aspects dynamiques (reconfiguration, réparation, retour en usine) ainsi que certaines dépendances stochastiques (redondance froide, opérateurs ou réparateurs en nombre limité, etc.). La combinaison des sous-ensembles entre eux peut alors s'opérer, au niveau système, par une technique de type arbre de fautes (condition logique : [A OU [C ET B]] ET B' dans l'exemple de la figure 1).

À un niveau des sous-ensembles, l'emploi de générateur de modèles markoviens [2] et de formules paramétriques de redondance [3], permet de limiter significativement l'effort de modélisation comme le montrent les exemples des figure 3 et 4.



c et f sont des ressources (Alimentation...)

- *d OFF si a et c ok*
- *e OFF si b et c ok*
- *f OFF si a et b et c ok*

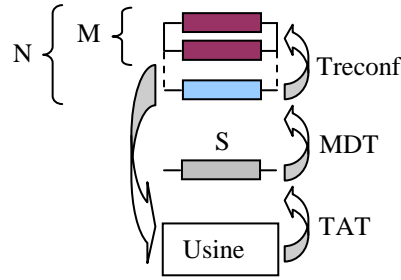
$$\lambda^* = \lambda_{OFF}$$

Système disponible si [(a et c) ou (d et f)] et [(b et c) ou (e et f)] OK

Etats groupés	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a b c d e f	-	λa	λb	λd^*	λe^*			λc	λf^*	
na b c d e f		-				λe		$\lambda b^* + \lambda c^*$		$\lambda d + \lambda f$
a nb c d e f			-				λd		$\lambda a^* + \lambda c^*$	$\lambda e + \lambda f$
a b c nd e f				-			λb		$\lambda e^* + \lambda f^*$	$\lambda a + \lambda c$
a b c d ne f					-	λa			$\lambda d^* + \lambda f^*$	$\lambda b + \lambda c$
na b c d ne f						-				$\lambda b + \lambda c + \lambda d + \lambda f$
a nb c nd e f							-			$\lambda a + \lambda c + \lambda e + \lambda f$
na nb nc d e f								-		$\lambda d + \lambda e + \lambda f$
a b c nd ne nf									-	$\lambda a + \lambda b + \lambda c$
na nb nc nd ne nf										-

Figure 3. Génération de modèles markoviens à partir d'expressions logiques

À partir d'expressions logiques définissant l'état de bon fonctionnement du système et d'éventuelles dépendances stochastiques entre taux de défaillance et certains états du système (redondance froide...), une matrice de Markov peut être générée de manière automatique en regroupant les états équivalents comme l'illustre la figure 3.



=Redondance(M;N;λON;λOFF;T;Treconf;MDT;Nb_opérateurs;S;TAT;Nb_réparateurs;Active/passive; Fiab/Dispo)

Figure 4. Formule paramétrique de redondance

A partir d'une formule paramétrique de redondance, telle que celle de la figure 4, un modèle markovien est généré puis traité afin de renvoyer une valeur de fiabilité ou de disponibilité. A titre d'exemple le modèle de la figure 5 correspond à celui d'une redondance passive 1 parmi 2 avec 1 équipement de rechange (M = 1, N = 2 et S = 1).

MAT :	1	2	3	4	5	6	7	8
Ok : 1	-	λ ON	λ OFF		λ OFF			
Reconfiguration : 2		-	1/Treconf	λ ON		λ OFF		
Perte redondance : 3			-	λ ON	1/MDT		λ OFF	
Indisponible : 4				-			1/MDT	λ OFF
Ok - 1 rechange : 5	1/TAT				-	λ ON	λ OFF	
Reconfiguration - 1 rechange : 6		1/TAT					1/Treconf	λ ON
Perte redondance - 1 rechange : 7			1/TAT				-	λ ON
Indisponible - 1 rechange : 8				1/(TAT+MDT)				-
INIT :	1	0	0	0	0	0	0	0
ETATS :	1	0	1	0	1	0	1	0

Figure 5. Redondance passive 1 parmi 2 avec 1 équipement de rechange

On peut noter dans ce modèle de redondance que les états équivalents sont regroupés et que les pannes ne sont considérées que lorsque qu'au moins M équipements fonctionnent parmi les N+S (hors indisponibilité de longue durée).

L'utilisation de la formule de redondance présentée en figure 4, ainsi qu'une formule de résolution logique du même type que celles utilisées pour traiter les arbres de défaillance mais limitée aux opérateurs logiques OU, ET et NON, permet de traiter directement le cas d'application (figure 6).

	MTBF			(heures)					
	M	N	S	ON	OFF	Treconf	MDT	TAT	Disponibilité
A	1	1	2	10000	100000	-	15	70	0,99850177
B	2	3	1	2000	20000	10	20	500	0,91104693
B'	1	2	1	2000	20000	10	20	500	0,97875901
C	1	3	2	3000	30000	-	30	650	0,9884445
Système complet (A+C*B)*B'									0,978613126

Figure 6. Redondance passive 1 parmi 2 avec 1 équipement de rechange

Comme l'illustre la figure 7, l'optimisation des lots de rechange selon un critère de coût, en satisfaisant une contrainte de tenue d'un objectif de disponibilité (disponibilité $\geq 0,99$), peut alors être automatisée en couplant l'outil d'évaluation à un outil d'optimisation (GENCAB) [4], basé sur une méthode hybride associant Algorithmes Génétiques, Evolution Différentielle et Simplexe non linéaire (algorithme de Nelder Mead). La durée de convergence est alors très rapide (quelques minutes avec un Pentium 4).

		MTBF (heures)										
		M	N	S	ON	OFF	Treconf	MDT	TAT	Disponibilité	Coût unitaire	Coût des rechanges
A	1	1	0		10000	100000	-	15	70	0,99304866	1000	0
B	2	3	1		2000	20000	10	20	500	0,91104693	2000	2000
B'	1	2	3		2000	20000	10	20	500	0,99327934	9000	27000
C	1	3	1		3000	30000	-	30	650	0,98039992	5000	5000
Système complet					(A+C*B)*B'					0,99254186		34000
										$\geq 0,99$		

Figure 7. Optimisation des lots de rechange

Comme l'illustre l'exemple de la figure 8, l'optimisation peut également porter simultanément sur des paramètres très divers, tels que la fiabilité des composants (niveau de qualité), les niveaux de redondance, le dimensionnement des lots de rechange ou les durées de réparation et d'approvisionnement, ayant chacun une influence sur les coûts d'acquisition ou d'exploitation du système (20 paramètres différents en gras dans l'exemple).

ELEMENTS	MTTF ON (heure)	Nb	Type de redondance	Stock de rechanges	Coût unitaire (Euros)	MDT (heure)	TAT (heure)	Disponibilité Opérationnelle	Coût (K. Euros)	
Moteur az/el	100000	2	Série	1	4500	28	2400	0,9972	13500	
Codeurs	100000	2	Série	2	1500	28	2400	0,9993	6000	
Emetteur / récepteur	3000		Passive 1/2	0	15000	28	1000	0,9120	30000	
Calculateur pilotage	3000		Passive 1/3	1	4000	25	800	0,9861	16000	
A - STATION TTC								0,8962	65500	
Serveur archive	33000	1	série	1	4500	37	500	0,9986	9000	
Serveur de production	33000		Passive 2/3	4	1500	37	500	0,9989	10500	
PC supervision	10000		Active 1/4	2	500	37	300	0,9963	3000	
Disque miroir	50000	2	série	0	4000	37	600	0,9985	16000	
B - CENTRE UTILISATEUR								0,9923	39455	
Antenne	33000	1	série		4500		1000	0,9706	4500	
Emetteur / récepteur	3000	1	série	2	5000	39	2400	0,7995	15000	
PC supervision	127000	1	série	4	500	39	100	0,9997	2500	
C - CENTRE SECOURS								0,7758	22399	
SYSTEME GLOBAL : A*B+C								0,9752	127354	
								Disponibilité > Objectif	0,975	
Optimisation d'une station de réception de satellite										

Figure 8. Optimisation multi paramètres

Couplée à des traitements de type arbre de fautes, la modélisation markovienne permet de traiter des systèmes de complexité moyenne en présentant l'avantage de conduire à des traitements précis et rapides, propices à l'optimisation. Mais elle ne permet pas de résoudre des problématiques plus complexes, telles que celles relatives à des stocks de rechanges partagés, en raison de l'explosion combinatoire. Elle est alors abandonnée au profit de la simulation de Monte-Carlo.

Toutefois, un modèle markovien peut être utilisé pour évaluer le risque d'interruption de longue durée lié à la rupture de stocks de rechanges partagés, par type d'équipement, en envisageant une stratégie de maintenance consistant à « cannibaliser », en cas de besoin, les différentes chaînes en redondance dans l'ensemble du système. Un tel modèle est proposé sous la forme d'une formule paramétrique considérant le nombre d'éléments actifs, le nombre d'éléments redondants à l'état ON et le nombre d'éléments redondants à l'état OFF ou en rechange.

5 Modèle de simulation récursive

Quand le découpage du système en sous-systèmes indépendants est impossible ou que ces derniers se révèlent trop complexes, la simulation devient incontournable. Une technique originale couplant optimisation et simulation récursive peut alors être employée pour modéliser le comportement du système sans trop pénaliser la durée globale des traitements.

Proposée par un outil de simulation (SIMCAB), la technique de modélisation de systèmes à états discrets est illustrée par la figure 9. La simulation effectuée par l'outil consiste à recopier un certain nombre de fois l'état E_j (à t_j) du système, défini dans une plage de cellules de tableur, dans l'état E_i (à t_i), défini dans une plage similaire, pendant toute la mission, en partant d'un état initial E_0 (à t_0), défini par ailleurs. L'incrément de temps considéré Δt entre t_i et t_j , correspondant à la durée séparant l'occurrence de deux événements successifs, est la plus petite valeur calculée, à l'instant courant, parmi divers incréments de temps T_k , correspondant à des changements aléatoires d'état du système ou au franchissement de seuils par des variables continues. Les systèmes considérés peuvent être markoviens ou non-markoviens (avec ou sans conservation de la mémoire des changements d'états successifs, c'est-à-dire de l'occurrence de tous les événements tirés) et éventuellement de type hybride, caractérisé par des dépendances entre variables continues et stochastiques [5][6].

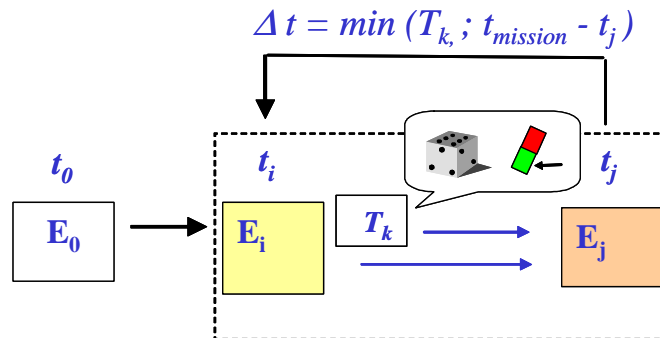


Figure 9 : Modèle récursif

La simulation peut être réalisée en mode pas à pas pour valider les modèles, ou durant une mission complète qui est rejouée un grand nombre de fois selon la précision attendue des résultats. Une technique originale de couplage entre optimisation et simulation a été introduite pour diminuer la durée globale des traitements. Décrite dans un autre article du ROADEF [7], cette technique très efficace (diminution des temps de calcul dans un rapport 30 environ évaluée sur un cas test) consiste à faire varier la précision de l'évaluation de chacune des solutions candidates, en fonction des résultats d'une évaluation grossière menée préalablement. L'évaluation grossière résultera par exemple de 50 simulations de la mission et celle de l'évaluation fine jusqu'à 2000 simulations en fonction de la qualité des solutions trouvées par rapport à un optimum courant.

Le modèle de redondance M parmi N avec stock de rechange de dimension S est présenté en figure 10. Il est constitué de 3 cellules de tableau correspondant au nombre d'éléments actifs (M), passifs (N-M) et en stock (S), aux instants T_0 , T_i et T_j .

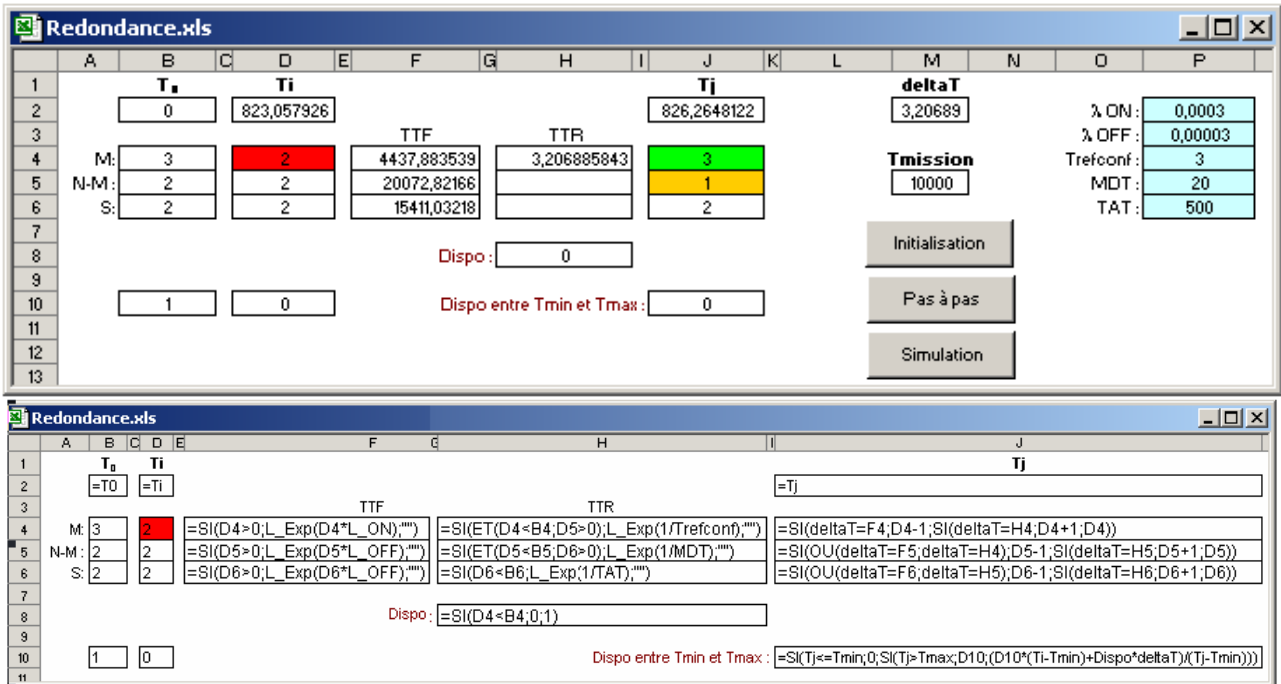


Figure 10 : Modèle de redondance M parmi N avec stock de rechange de dimension S

Les durées avant défaillance (TTF : Time To Failure) ou de remise en état (TTR : Time To Repair) sont définies par des expressions dans lesquelles la fonction $L_Exp()$ exécute un tirage aléatoire de la loi exponentielle (une vingtaine de lois sont proposées). Les reconfigurations et échanges standard ne sont autorisés que si des équipements en redondance ou en rechange sont présents. Le système est disponible tant que le nombre nécessaire d'éléments actifs est maintenu, et la disponibilité moyenne est calculée sur toute la durée de la mission.

Une légère modification de ce modèle a été réalisée en figure 11 pour être compatible du modèle markovien présenté précédemment : les pannes des équipements opérationnels ne sont considérées que quand le système est disponible (au moins M équipements opérationnels parmi les N+S). De même un opérateur unique et un réparateur unique sont ici considérés (la parallélisation des opérations et réparations est paramétrable dans la formule de redondance).

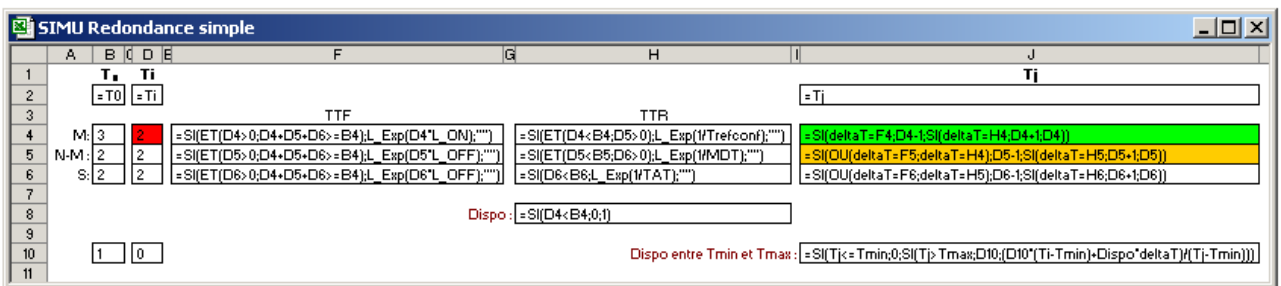
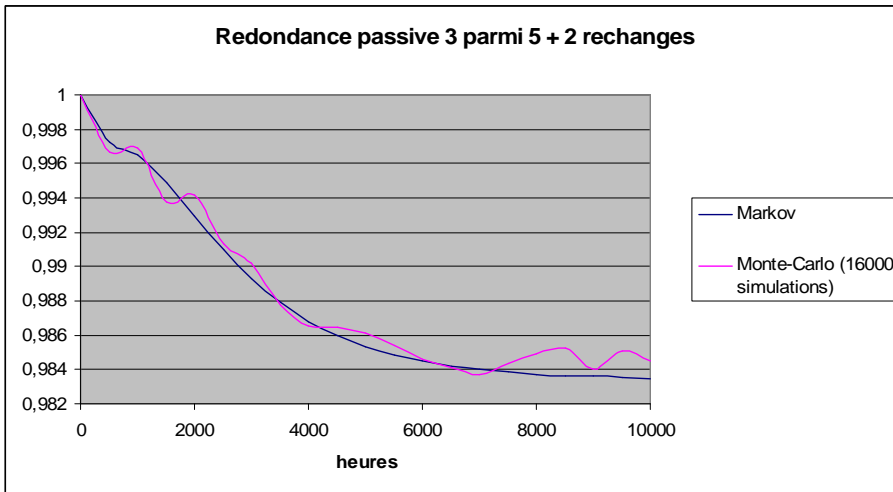


Figure 11 : Modèle compatible avec le modèle markovien

Les résultats de disponibilité issus du modèle de simulation et du modèle markovien sont cohérents tant en régime transitoire qu'asymptotique comme le montre la figure 12, pour une redondance passive 3 parmi 5 avec un stock de 2 équipements de rechange, et la figure 13 pour notre cas d'application.



Disponibilité asymptotique

Markov : 0,98339024

Simulation : 0,98381775

(disponibilité moyenne sur 100 000 000 heures)

Figure 12 : Comparaison des résultats de la redondance par calcul et simulation

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1			T_n		T_i						T_j				deltaT
2			0		100000000						100000000				0
3							TTF		TTR						
4	A	N:	1	1		11464,52193				1				Tmission	
5		S:	2	2		2396,852481				2				1E+08	
7							Dispo A :			1					Initialisation
9	B	M:	2	2		201,5257824				2					Pas à pas
10		N-M:	1	1		68316,91965				1					
11		S:	1	0					173,3868313	0					Simulation
13							Dispo B :			1					
15	B'	M:	1	1		431,571613				1					
16		N-M:	1	1		15088,64989				1					
17		S:	1	0					319,7749358	0					
19							Dispo B' :			1					
21	C	N:	3	3		2504,015984				3					
22		S:	2	2		29808,09692				2					
24							Dispo C :			1					
26							Dispo système :			1					
28			1		0,99849516		Dispo A entre Tmin et Tmax :			0,99849516					
29			1		0,91359201		Dispo B entre Tmin et Tmax :			0,913592009					
30			1		0,97957188		Dispo B' entre Tmin et Tmax :			0,979571876					
31			1		0,98918272		Dispo C entre Tmin et Tmax :			0,989182724					
33			1		0,97943177		Dispo entre Tmin et Tmax :			0,97943177					

Taitements Markoviens : Dispo A : 0,99850177 - Dispo B : 0,91104693 - Dispo B' : 0,97875901
 Dispo C : 0,9884445 - Dispo système : 0,978613126

Figure 13 : Comparaison des résultats du cas d'application par calcul et simulation

Le Modèle peut être aisément modifié par la mise en commun du stock de rechange des élément B et B' comme le montre la figure 14. La disponibilité du système est alors améliorée sous réserve que les réparations soient parallélisées en usine (n réparateurs).

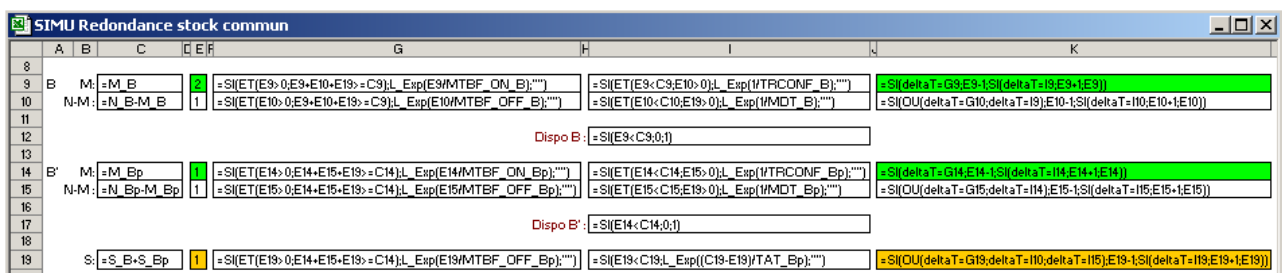
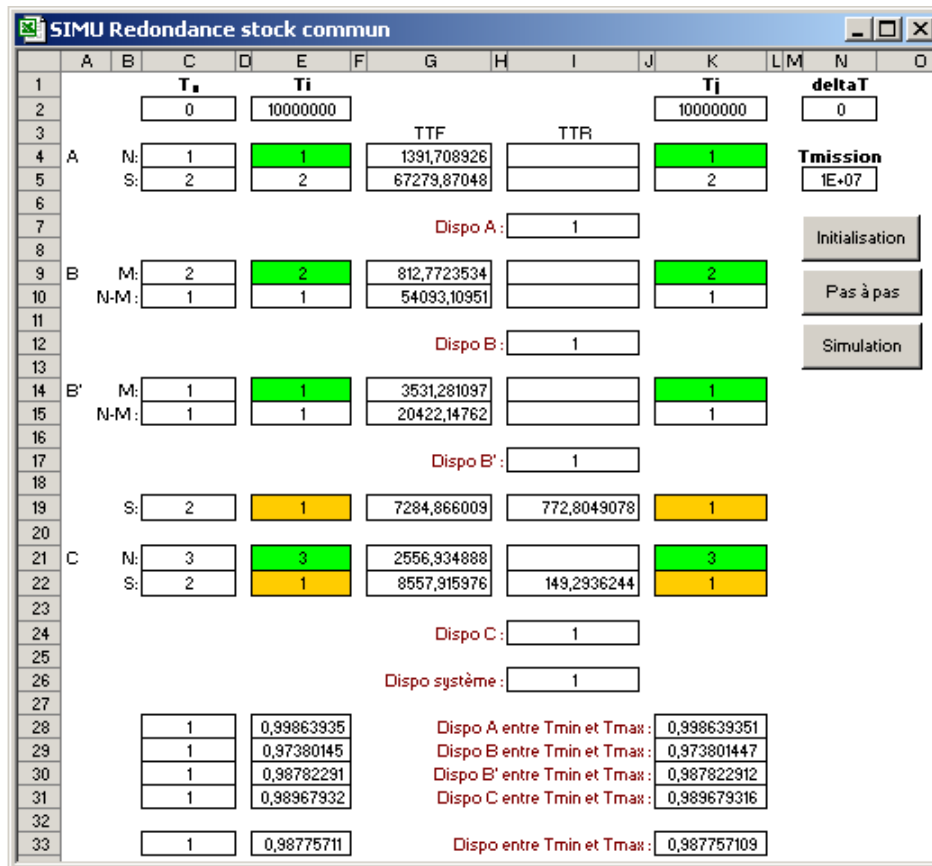


Figure 14 : Mise en commun du stock de rechange

A titre d'illustration, une optimisation a été réalisée à partir d'un modèle récursif équivalent au modèle markovien traité précédemment (figure 15). Le couplage entre optimisation et simulation stochastique présente cependant une difficulté relative au traitement de la contrainte de disponibilité. En effet le coût des rechanges et la disponibilité du système sont des performances antagonistes. L'optimum est donc situé en bordure de contrainte. Or en raison de la variance des résultats obtenus par simulation, plusieurs évaluations d'une même solution à proximité des bornes peuvent fortement varier et conduire à la perte inopinée d'un résultat jugé précédemment optimal. La pénalité associée à l'amplitude du dépassement de la contrainte devient alors un paramètre délicat à régler. C'est pourquoi l'optimisation a été menée dans cet exemple sur une performance de revenu agrégeant le coût et la disponibilité de service (revenu = 100000 * disponibilité - coût).

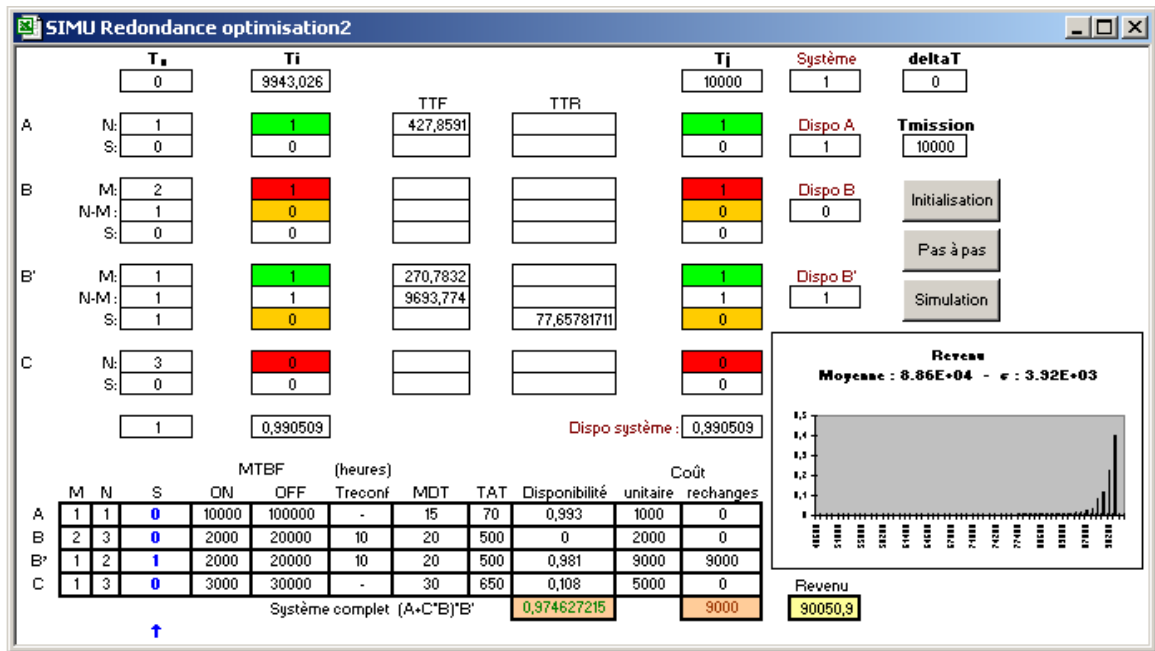


Figure 15 : résultats de l'optimisation

Conclusion

Indépendamment de leur complexité, les systèmes réparables peuvent aujourd'hui faire l'objet d'optimisation sous contrainte de tenue d'objectifs de Sécurité de Fonctionnement sans conduire à des durées de traitement prohibitives. Les techniques d'évaluation par simulation de Monte-Carlo sont sensiblement plus contraignantes que celles réalisées par calcul mais ne sont plus rédhibitoires.

Par ailleurs, en concurrence avec d'autres techniques telles que les réseaux de Petri stochastiques, la modélisation récursive se révèle apte à traiter des problématiques diverses dont notamment celle de l'évaluation d'architecture de systèmes complexes. Des développements complémentaires pourraient aisément conduire à la génération automatique de tels modèles à partir de leur description logique et textuelle.

Références

- [1] David E. Goldberg (1994). Algorithmes Génétiques, Exploration optimisation et apprentissage automatique, Addison-Wesley,
- [2] A. Cabarbaye, L. Ngom (1999). Mise en œuvre de la méthode des états fictifs et génération automatique des matrices de Markov - Congrès Qualita 99, Paris 25-26 mars 99.
- [3] R. Laulheret, B. Lacosta, A. Cabarbaye (2003). Modèles génériques de redondance M parmi N avec stock de rechanges S - MOSIM 03, TOULOUSE
- [4] A. Cabarbaye (2003). Outil générique d'optimisation dans le domaine discret et/ou continu éventuellement stochastique - ROADEF'03 - Avignon,
- [5] Pierre Etienne Labeau (2003). Evolution de la modélisation en fiabilité dynamique - Journée Fiabilité dynamique et simulation hybride - ENSAM - PARIS.
- [6] Pierre Castagna (2003). Simulation des systèmes à événements discrets, extension aux systèmes hybrides - ENSAM - PARIS.
- [7] A. Cabarbaye, J.Faure, R. Laulheret (2006). Couplage entre optimisation et simulation stochastique - ROADEF'06 - Lille