Couplage entre optimisation et simulation stochastique

A. Cabarbaye[1&2] and R. Laulheret[2]

1. CAB INNOVATION
3, rue de la Coquille - 31500 Toulouse
andre.cabarbaye@cabinnovation.fr

2. Centre National d'Etudes Spatiales (CNES)
18, avenue Edouard Belin - 31401 Toulouse
andre.cabarbaye@cnes.fr
roland.laulheret@cnes.f

Thème : Optimisation stochastique (18) ou Simulation (27)

Mots-clefs : Simulation de Monte-Carlo, Optimisation Stochastique, Algorithmes Génétiques

1 Introduction

Les performances des ordinateurs aujourd'hui disponibles rendent accessibles, à tous, les techniques de simulation de Monte-Carlo et d'optimisation stochastique, toutes deux fondées sur la répétition d'un grand nombre de calculs.

Toutefois, malgré son intérêt évident dans de nombreux domaines d'ingénierie, le couplage entre optimisation et simulation stochastique, qui consiste à rechercher une configuration optimale de paramètres d'un système à partir des résultats d'une fonction d'évaluation traitée par simulation de Monte-Carlo, s'avère encore relativement confidentiel, car très pénalisant en termes de durée de traitement. En première approximation, le nombre de cas de simulation à réaliser est, en effet, égal au nombre d'évaluations nécessaires à l'optimisation pour assurer la convergence, multiplié par le nombre de cas de simulation requis par la précision recherchée pour chacune des évaluations (soit environ 5000 * 2000 = 10 millions pour une application typique).

Toutefois cette durée peut être sensiblement diminuée par le choix d'une stratégie consistant à faire varier la précision de l'évaluation de chacune des solutions candidates, en fonction des résultats d'une évaluation grossière menée préalablement.

L'objet de cette communication porte sur la mise en œuvre d'une telle stratégie, qui a été implantée dans un outil générique d'optimisation (Gencab) [1] basée sur une méthode hybride associant Algorithmes Génétiques [2]&[3], Evolution Différentielle [4] et Simplexe non linéaire (algorithme de Nelder Mead), et sur les résultats obtenus par cette amélioration du couplage pour différents cas d'application.

2 Mise œuvre

Illustrée par la figure 1, le principe de base de ce couplage consiste à accorder à chaque solution candidate une même probabilité de rejet inopportun, ce qui se traduit par une condition entre les valeurs respectives Ni et Nj du nombre de simulations à réaliser pour évaluer deux candidats i et j en fonction de la moyenne et de la variance des résultats obtenus à l'issue de l'évaluation grossière limitée à un nombre réduit N0 de simulations. Cette condition résulte directement de l'application du théorème central limite.

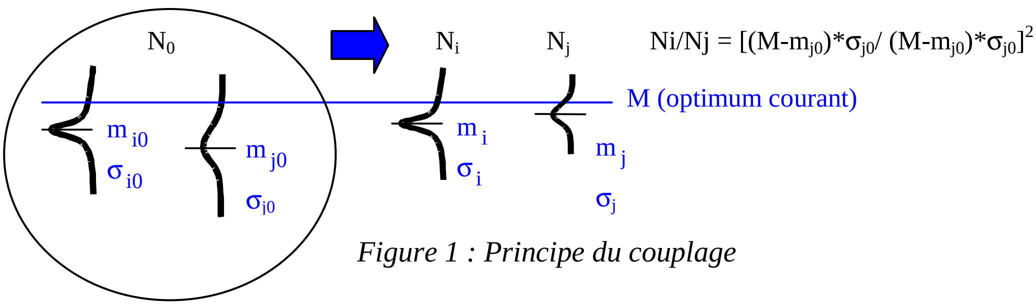

Figure 1 : Principe du couplage

Trouvée dans la littérature scientifique [5], une technique de couplage dite optimale, l'algorithme OCBA (Optimal Computing Budget Allocation), applique ce même principe pour rechercher une valeur optimale parmi un nombre fini p de candidats. A chaque itération k, celui-ci autorise n nouvelles simulations distribuées selon les ratios indiqués ci-dessous, avec î la meilleure solution courante trouvée durant l'itération k-1.

$$\frac{N\hat{\imath}}{Ni} = \sigma\hat{\imath}\sqrt{\sum_{j=1,\, j\neq\hat{\imath}}^{p} \frac{1}{\sigma j^2}\rho_{ij}^2} \quad i \neq \hat{\imath} \qquad \rho_{ij} = \left(\frac{\sigma j / \Delta j}{\sigma i / \Delta i}\right)^2 \quad i,\, j \in 1,2\ldots,\, p \;\; i,\, j \neq \hat{\imath} \;\; \Delta i = J\hat{\imath} - Ji$$

Figure 2 : Algorithme OCBA

Ce principe peut être également appliqué aux Algorithmes Génétiques sous réserve de certaines adaptations :

- Le nombre de simulations réalisées au cours de l'évaluation grossière N0 et celui nécessaire à la précision requise N étant définis a priori par l'utilisateur, la population initiale de chromosomes (solutions potentielles) est d'abord évaluée à N0, puis la meilleure solution parmi celle-ci (en valeur moyenne) est réévaluée à N (par ajout de N-N0 simulations).
- Au cours des différentes boucles de traitement, chaque candidat i résultant d'une mutation, d'un croisement ou d'une recherche locale (simplexe) est évalué à N0 puis réévalué à la valeur Ni obtenue par application de l'algorithme OCBA limitée à la valeur N (la réévaluation n'est effective que si Ni > N0). La sommation utilisée par l'algorithme OCBA dans le calcul des ratios est mise à jour à chaque évaluation, afin de ne pas devoir réévaluer ultérieurement les anciens candidats (non tous mémorisés), et est réinitialisée à l'émergence de toute meilleure solution qui devient alors la solution optimale courante.

Par ailleurs, il est apparu judicieux de ne pas requérir la précision maximale dès les premiers calculs mais de faire croître la précision demandée tout au long du traitement parallèlement à l'amélioration progressive de la population de solutions. Aussi, un profil d'évolution du nombre de simulations, allant de N0 à N de la première à la dernière boucle, a également été implanté dans l'outil.

3 Résultats

Afin de tester l'apport d'un tel couplage, plusieurs cas d'application concernant des problématiques du domaine spatial (déploiement et renouvellement de constellation de satellites) ont été considérés. Selon les cas traités, qui seront détaillés et présentés avec leurs résultats dans la communication, ce couplage permet de diminuer la durée globale des traitements dans un rapport allant de 5 à 10.

On notera, par ailleurs, que les cas test (benchmark) utilisés par les chercheurs en recherche opérationnelle présentent souvent la particularité de marginaliser la durée des évaluations dans la durée globale des traitements alors qu'elle se révèle très largement prépondérante quand l'évaluation résulte d'une simulation.

Références

[1] A. Cabarbaye (2003). Outil générique d'optimisation dans le domaine discret et/ou continu éventuellement stochastique - ROADEF'03 - Avignon,

[2] David E. Goldberg (1994), Algorithmes Génétiques, Exploration optimisation et apprentissage automatique, Addison-Wesley,

[3] J-M. Renders (1995), Algorithmes génétiques et réseaux de neurone, Hermes,

[4] V. Feoktistov, S. Janaqi (2004) - Evolution différentielle - Une vue d'ensemble - MOSIM 04, NANTES

[5] C. H. Chen, J. Lin, E. Yucesan, and S. E. Chick. (2000) Simulation budget allocation for further enhancing the efficiency of ordinal optimization. Journal of Discrete Event Dynamic Systems : Theory and Application, 10(3) :251-270.