

TP SdF N° 13

Optimisation d'un stock de rechange

Problématiques

Afin d'assurer la continuité de service rendu par un système réparable durant toute sa durée de mission, des lots de rechange de composants doivent être constitués pour pallier les délais d'approvisionnement ou les obsolescences éventuelles.

Il convient alors d'ajuster au mieux les stocks de rechanges selon la disponibilité attendue du système ou le niveau de risque de fin de mission prématurée.

Ce TP a pour objet de proposer différentes approches pour résoudre ces deux problématiques dans le cas simple d'une flotte de produits constitués de composants à taux de défaillance constant.

1 – Dimensionnement d'un stock stratégique pour pallier des obsolescences de composant

Soit une flotte de N équipements identiques constitués chacun de n composants différents en voie d'obsolescence en nombre n_i , λ_i le taux de défaillance correspondant, S_i le nombre de composants de ce type approvisionnés dans le stock de rechange, et T la durée de la mission restante (à partir de l'instant courant).

1.1 Exprimer la probabilité de rupture du stock stratégique avant la fin de mission.

1.2 A partir des données ci-dessous relatives aux n composants en voie d'obsolescence, dimensionner le stock stratégique à moindre coût pour une flotte de $N = 20$ équipements, de manière à ce que sa probabilité de rupture avant la fin d'une mission de 10000 heures soit inférieure à 5%.

Type	n_i	MTBF $_i$ (hr)	C_i (K€)
1	2	300000	10
2	3	1500000	200
3	5	2500000	70
4	4	3000000	50
5	5	5000000	30
6	3	50000	30
7	7	300000	50
8	5	500000	70
9	4	400000	150
10	2	1200000	25

2 – Dimensionnement d'un stock de rechange pour pallier les délais d'approvisionnement

2.1 - De manière similaire, exprimer la probabilité de rupture du stock de rechange liée aux délais d'approvisionnement ou de réparation en usine des composants (TAT : Turn Around Time).

2.2 - A partir des données ci-dessous dimensionner le stock de rechange à moindre coût de manière à ce que sa probabilité de rupture soit inférieure à 1 %.

Type	ni	MTBFi (hr)	Ci (K€)	TATi (hr)
1	2	300000	10	1000
2	3	1500000	200	5000
3	5	2500000	70	500
4	4	3000000	50	3000
5	5	5000000	30	200
6	3	50000	30	3000
7	7	300000	50	400
8	5	500000	70	3000
9	4	400000	150	2000
10	2	1200000	25	100

2.3 - Exprimer la disponibilité de l'un des produits puis dimensionner à nouveau le stock de rechange de manière à ce que plus de 97 produits sur une flotte de 100 soient disponibles, en moyenne. On considérera pour cela que la durée moyenne entre une panne d'équipement et sa remise en service après réparation quand les rechanges sont disponibles (MDT : Mean Down Time) est de 50 heures.

Corrigé

1 – Dimensionnement d'un stock stratégique pour pallier les obsolescences de composant

1.1 - La probabilité de rupture du stock de composants i avant la fin de la mission peut se calculer de la manière suivante (loi de Poisson) :

$$P_i = 1 - \sum_{k=0}^{S_i} e^{-N n_i \lambda_i T} \frac{(N n_i \lambda_i T)^k}{k!}$$

La probabilité de rupture du stock de l'un des n composants en voie d'obsolescence est alors :

$$P = 1 - \prod_{i=1}^{i=n} \sum_{k=0}^{S_i} e^{-N n_i \lambda_i T} \frac{(N n_i \lambda_i T)^k}{k!}$$

1.2 - Le niveau des différents lots de rechange (Si) résulte d'une optimisation suivant un critère de minimisation du coût global d'approvisionnement, en tenant compte des coûts unitaire Ci, sous contrainte de la tenue d'un niveau de confiance ($\beta = 1 - \alpha$) de non rupture du stock avant la fin de mission.

Réalisée au moyen de l'outil Gencab, une telle optimisation, est présentée ci dessous :

Optimisation d'un stock de rechange de composants en voie d'obsolescence

Type	ni	MTBFi (hr)	Si	1-Pi	Ci (K€)	Coût (K€)
1	2	300000	5	0,997474712	10	50
2	3	1500000	2	0,992073668	200	400
3	5	2500000	2	0,992073668	70	140
4	4	3000000	5	0,999999602	50	250
5	5	5000000	2	0,998851519	30	60
6	3	50000	26	0,99986665	30	780
7	7	300000	10	0,991408917	50	500
8	5	500000	7	0,998903281	70	490
9	4	400000	5	0,983436392	150	750
10	2	1200000	5	0,999998567	25	125
				P :	4,51%	3545

Niveau de risque α à T : 5%

Nb équipements : 20

T (hr) : 10000



Feuille de calcul
Microsoft Excel

Enregistrer le fichier en « nom.xls » pour utilisation avec l'outil

Remarques :

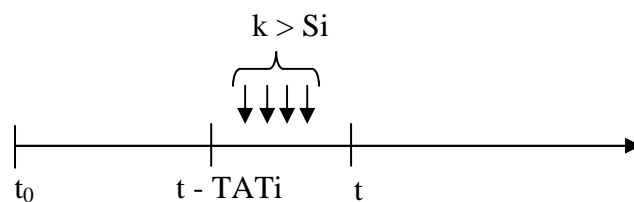
Outre les obsolescences déjà constatées, le niveau de risque de fin de mission prématurée devrait tenir compte de celles qui se manifesteront avant la fin de la mission. Par ailleurs, au lieu de considérer un niveau de risque acceptable de rupture du stock stratégique, il aurait été également

possible de se ramener à un coût global en appliquant un système de pénalités financières en fonction de la durée effective de la mission et de son niveau de dégradation.

2 – Dimensionnement d’un stock de rechange pour pallier les délais d’approvisionnement

2.1 – La probabilité de rupture du stock de rechange de composants i liée au délai d’approvisionnement ou de réparation en usine (TAT : Turn Around Time) peut se calculer par la formule suivante correspondant à la probabilité d’occurrence d’un nombre de défaillances supérieure au nombre de composants de rechange (S_i) pendant la durée d’approvisionnement de ce type de composant (TAT $_i$).

$$P_i = 1 - \sum_{k=0}^{S_i} e^{-N n_i \lambda_i TAT_i} \frac{(N n_i \lambda_i TAT_i)^k}{k!}$$



Cette probabilité croît entre t_0 et l’instant TAT $_i$ puis est constante jusqu’à la fin de la mission.

La probabilité de rupture du stock de l’un des n composants du système est alors :

$$P = 1 - \prod_{i=1}^{i=n} \sum_{k=0}^{S_i} e^{-N n_i \lambda_i TAT_i} \frac{(N n_i \lambda_i TAT_i)^k}{k!}$$

2.2 - Une optimisation au risque α peut être à nouveau réalisée :

Optimisation d'un stock de rechange en fonction des délais d'approvisionnement

Type	n_i	MTBF $_i$ (hr)	TAT $_i$ (hr)	S_i	1- P_i	C_i (K€)	Coût (K€)
1	2	300000	1000	2	0,999642413	10	20
2	3	1500000	5000	2	0,998851519	200	400
3	5	2500000	500	1	0,999802647	70	70
4	4	3000000	3000	3	0,999998399	50	150
5	5	5000000	200	2	0,999999989	30	60
6	3	50000	3000	12	0,99989997	30	360
7	7	300000	400	3	0,999956408	50	150
8	5	500000	3000	4	0,999605514	70	280
9	4	400000	2000	3	0,999223749	150	450
10	2	1200000	100	2	0,999999994	25	50
P :					0,30%		1990

Niveau de risque : 1%

Nb équipements :



Feuille de calcul
Microsoft Excel

Enregistrer le fichier en « nom.xls » pour utilisation avec l’outil

2.2 – La disponibilité moyenne d'un équipement peut se calculer de la manière suivante :

$$D = \prod_{i=1}^{i=n} \frac{MTBF_i / n_i}{MTBF_i / n_i + MDT + P_i * TAT_i}$$

dans laquelle P_i est la probabilité de rupture du stock de composants i établie précédemment et MDT (Mean Down Time) la durée moyenne entre une panne d'équipement et sa remise en service après réparation quand les rechanges sont disponibles.

On notera que cette estimation est conservative car la durée d'approvisionnement TAT_i est considérée en totalité, en cas de rupture du stock de rechange, sans tenir compte des demandes d'approvisionnement lancées préalablement. Si cette hypothèse est jugée trop pénalisante, la durée TAT_i peut être éventuellement décomposée en sous périodes.

L'optimisation peut être alors réalisée de manière à ce que plus de 97 produits soient disponibles sur une flotte de 100.

Optimisation d'un stock de rechange en fonction de la disponibilité

Type	n_i	MTBF $_i$ (hr)	TAT $_i$ (hr)	S_i	1- P_i	Disponibilité	Ci (K€)	Coût (K€)
1	2	300000	1000	3	0,995141823	0,999634413	10	30
2	3	1500000	5000	0	0,367879441	0,993619763	200	0
3	5	2500000	500	0	0,904837418	0,999804875	70	0
4	4	3000000	3000	0	0,670320046	0,99861653	50	0
5	5	5000000	200	0	0,980198673	0,999946043	30	0
6	3	50000	3000	28	0,98969997	0,995169442	30	840
7	7	300000	400	2	0,931543574	0,998197661	50	100
8	5	500000	3000	5	0,916082058	0,99699154	70	350
9	4	400000	2000	1	0,40600585	0,987771504	150	150
10	2	1200000	100	0	0,983471454	0,999913919	25	0
Disponibilité d'un équipement :						97,00%		1470

N : 100
MDT : 50

Nombre moyen d'équipements disponibles : 97,00

Objectif : ≥ 97



Feuille de calcul
Microsoft Excel

Enregistrer le fichier en « nom.xls » pour utilisation avec l'outil

Conclusion :

Un dimensionnement de stock de rechange nécessite la formulation préalable d'exigences précises pour répondre au réel besoin.

Des techniques d'optimisation permettent de minimiser le coût global du stock de rechange sous contrainte de tenue de ces exigences (respect d'un objectif spécifié ou optimisation globale des revenus si un mécanisme de pénalité est établi).

L'évaluation peut s'effectuer par formules analytiques dans les cas simples, comme dans ce TP. Elle peut faire appel à des modélisations markoviennes ou de la simulation de Monte-Carlo dans les cas plus complexes (architecture de système).