

# TP SdF N° 16

## Stratégie de déploiement d'une constellation de satellites

Ce TP a pour objet de traiter une problématique de complexité moyenne par différentes techniques de modélisation : calculs analytiques, traitements markoviens et modèles de simulation récursives.

**Problématique :** On cherche à développer un système de localisation par triangulation nécessitant au minimum 3 satellites opérationnels en orbite. Quelle stratégie de déploiement et de renouvellement et combien de satellites faut-il prévoir pour assurer un service de longue durée ?

**1** – Comparer les stratégies de déploiement suivantes en modélisant la fiabilité des satellites par une simple loi exponentielle ( $R=0,7$  à 10 ans) et en considérant un taux de réussite de 0,95 pour les lanceurs simples ou multiples :

- 3 SAT/3 : 3 satellites lancés à  $t_0$
- 3 SAT/4 : 4 satellites dont 1 de rechange lancés à  $t_0$
- 3 SAT/3 +1 : 3 satellites lancés à  $t_0$  + 1 satellite de rechange lancé dès la perte de l'un des 3 premiers
- 3 SAT/3 +1A : 3 satellites lancés à  $t_0$  + 1 satellite de rechange lancé 6 mois après la perte de l'un des 3 premiers
- 3 SAT/5 : 5 satellites dont 2 de rechange lancés à  $t_0$
- 3 SAT/4 +1 : 4 satellites lancés à  $t_0$  + 1 satellite de rechange lancé dès la perte de 2 des 4 premiers
- 3 SAT/4 +1A : 4 satellites lancés à  $t_0$  + 1 satellite de rechange lancé 6 mois après la perte de 2 des 4 premiers
- 3 SAT/4 +1B : 4 satellites lancés à  $t_0$  + 1 satellite de rechange lancé 6 mois après la perte de l'un des 4 premiers

**2** – Préciser les limites de la modélisation markovienne pour traiter ce type de problématique

**3** – Evaluer par simulation (modèle de simulation récursive) la stratégie de type 3 SAT/4 +1B en tenant compte d'une durée limitée des satellites (capacité en ergol, usure...) à 8 ans. Le satellite sera modélisé par un bloc en série et un bloc en redondance froide, avec  $\lambda_{OFF} = 0$ , tels que la fiabilité du satellite à 10 ans soit de 0,7 et que celle d'absence totale de défaillance soit de 0,3 sur cette même durée.

Evaluer le nombre de satellites de rechange au sol (en lancement simple) nécessaires pour assurer une mission de 15 ans avec une fiabilité en fin de mission de 0,7.

## 1 – Comparaison des stratégies de déploiement

La fiabilité des satellites est modélisée par une loi exponentielle ( $R_{SAT} = e^{-\lambda t}$ ) de taux  $\lambda = 0,0357$  pannes/an ( $-\ln[0,7]/10$ )

La fiabilité des missions 3 SAT/3, 3 SAT/4 et 3 SAT/5 (satellites lancés à  $t_0$ ) se calcule simplement par application de la loi binomiale :

$$R(3 \text{ SAT}/n) = R_{\text{lanceur}} * \sum_{i=3}^n C_i^n R_{SAT}^i * (1-R_{SAT})^{n-i} \quad \text{avec } R_{\text{lanceur}}=0,95$$

Celle de la mission 3 SAT/3 +1 (3 satellites lancés à  $t_0$  + 1 satellite de rechange lancé dès la perte de l'un des 3 premiers) par le modèle markovien suivant :

|                   | 1    | 2                | 3                |
|-------------------|------|------------------|------------------|
| OK : 1            | -    | $0,95*3*\lambda$ | $0,05*3*\lambda$ |
| Perte 1 Sat : 2   |      | -                | $3*\lambda$      |
| Perte système : 3 |      |                  | -                |
| INIT :            | 0,95 | 0                | 0,05             |
| ETATS :           | 1    | 1                | 0                |

Celle de la mission 3 SAT/3 +1 A (3 satellites lancés à  $t_0$  + 1 satellite de rechange lancé 6 mois après la perte de l'un des 3 premiers) nécessite l'ajout d'un état au modèle précédent pour tenir compte de la durée de 6 mois avant le lancement du satellite de rechange :

|                       | 1    | 2           | 3                   | 4                               |
|-----------------------|------|-------------|---------------------|---------------------------------|
| OK : 1                | -    | $3*\lambda$ |                     |                                 |
| Attente lancement : 2 |      | -           | $0,95/\text{Délai}$ | $0,05/\text{Délai} + 2*\lambda$ |
| Perte 1 Sat : 3       |      |             | -                   | $3*\lambda$                     |
| Perte système : 4     |      |             |                     | -                               |
| INIT :                | 0,95 | 0           | 0                   | 0,05                            |
| ETATS F :             | 1    | 1           | 1                   | 0                               |
| ETATS D :             | 1    | 0           | 1                   | 0                               |

La fiabilité de la mission est donnée par la configuration d'état F, la disponibilité de la mission par la configuration d'état D (indisponibilité pendant l'attente du lancement du satellite de rechange).

La fiabilité de la mission 3 SAT/4 +1 (4 satellites lancés à  $t_0$  + 1 satellite de rechange lancé dès la perte de 2 des 4 premiers) se calcule de manière similaire à celle de la mission 3 SAT/3 +1 par le modèle suivant :

|                   | 1    | 2           | 3           | 4           |
|-------------------|------|-------------|-------------|-------------|
| OK : 1            | -    | $4*\lambda$ |             |             |
| Perte 1 Sat : 2   |      | -           | $3*\lambda$ |             |
| Perte 2 Sat : 3   |      |             | -           | $3*\lambda$ |
| Perte système : 4 |      |             |             | -           |
| INIT :            | 0,95 | 0           | 0           | 0,05        |
| ETATS :           | 1    | 1           | 1           | 0           |

La fiabilité de la mission 3 SAT/4 +1A (4 satellites lancés à  $t_0$  + 1 satellite de rechange lancé 6 mois après la perte de 2 des 4 premiers) nécessite à nouveau un état au modèle précédent pour tenir compte de la durée de 6 mois avant le lancement du satellite de rechange :

|                              | 1    | 2           | 3           | 4          | 5                       |
|------------------------------|------|-------------|-------------|------------|-------------------------|
| <b>OK : 1</b>                | -    | $4*\lambda$ |             |            |                         |
| <b>Perte 1 Sat : 2</b>       |      | -           | $3*\lambda$ |            |                         |
| <b>Attente lancement : 3</b> |      |             |             | 0,95/Délai | 0,05/Délai+2* $\lambda$ |
| <b>Perte 2 Sat : 4</b>       |      |             |             |            | $3*\lambda$             |
| <b>Perte système : 5</b>     |      |             |             |            | -                       |
| <b>INIT :</b>                | 0,95 | 0           | 0           | 0          | 0,05                    |
| <b>ETATS F :</b>             | 1    | 1           | 1           | 1          | 0                       |
| <b>ETATS D :</b>             | 1    | 1           | 0           | 1          | 0                       |

Le modèle de fiabilité de la mission 3 SAT/4 +1B (4 satellites lancés à  $t_0$  + 1 satellite de rechange lancé 6 mois après la perte de l'un des 4 premiers) ne diffère du précédent que par l'inversion des états 2 et 3.

|                              | 1    | 2           | 3          | 4                       | 5           |
|------------------------------|------|-------------|------------|-------------------------|-------------|
| <b>OK : 1</b>                | -    | $4*\lambda$ |            |                         |             |
| <b>Attente lancement : 2</b> |      | -           | 0,95/Délai | 0,05/Délai+3* $\lambda$ |             |
| <b>Perte 1 Sat : 2</b>       |      |             |            | $4*\lambda$             |             |
| <b>Perte 2 Sat : 4</b>       |      |             |            |                         | $3*\lambda$ |
| <b>Perte système : 5</b>     |      |             |            |                         | -           |
| <b>INIT :</b>                | 0,95 | 0           | 0          | 0                       | 0,05        |
| <b>ETATS F :</b>             | 1    | 1           | 1          | 1                       | 0           |
| <b>ETATS D :</b>             | 1    | 1           | 1          | 1                       | 0           |

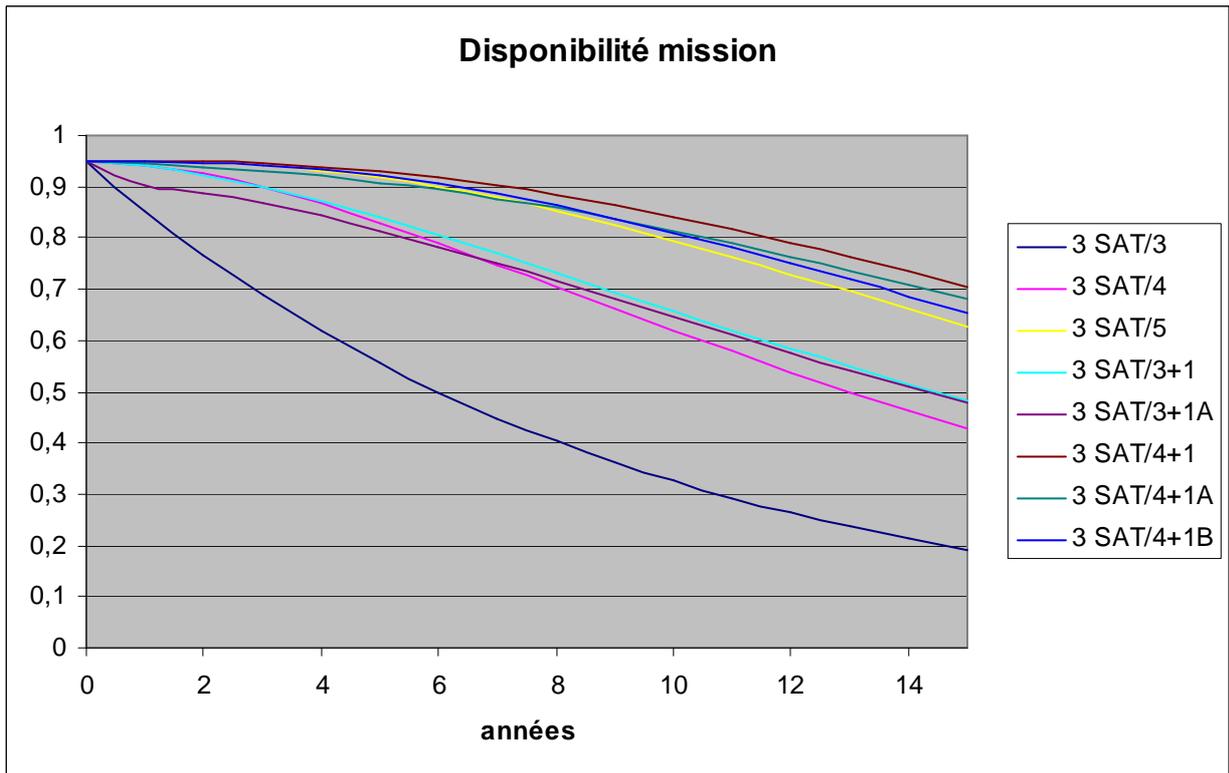
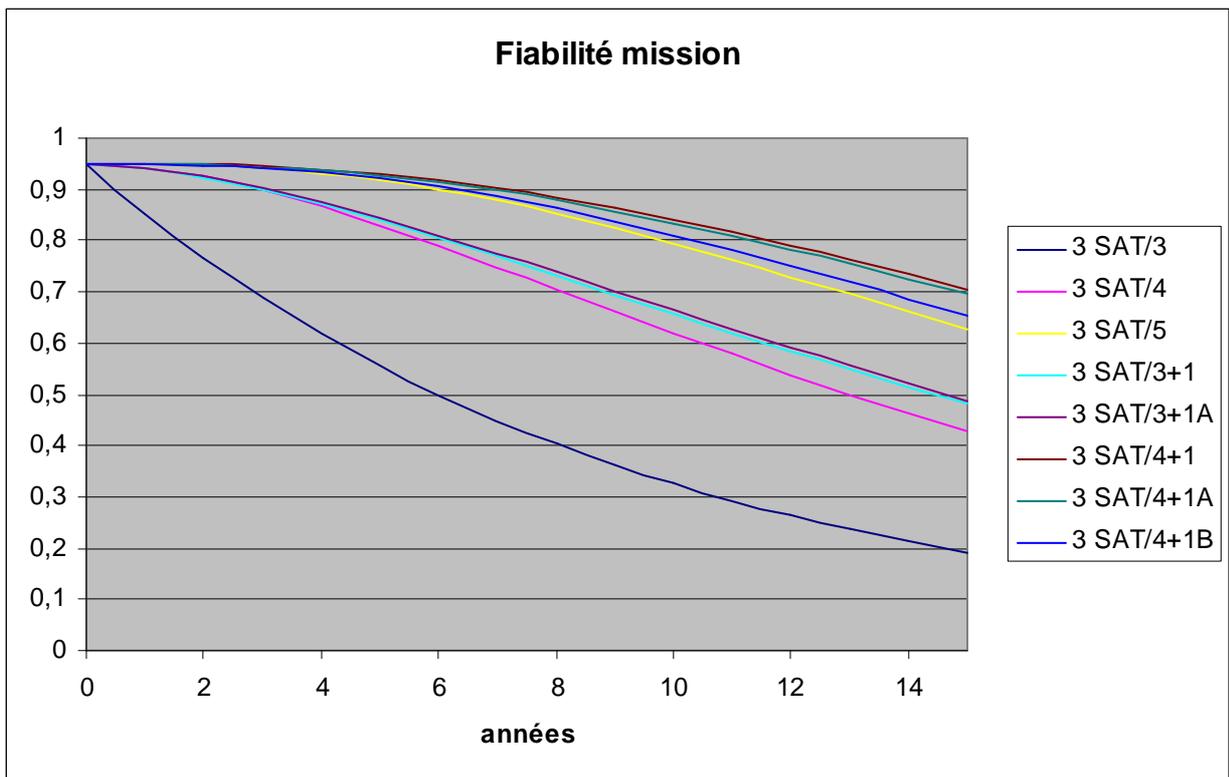
La possibilité d'avoir plus d'une défaillance de satellite pendant l'attente de lancement du satellite de rechange est négligée dans ce modèle.

Les courbes de fiabilité et disponibilité de la mission sont fournies ci-après. Les stratégies 3SAT/3 +1 et 3SAT/4 +1 ne sont pas réalistes car elles nécessitent d'avoir un lanceur prêt immédiatement. La stratégie 3 SAT/4 +1A présente une fiabilité meilleure que la stratégie SAT/4 +1B au détriment de la disponibilité en début de mission (risque d'indisponibilité de 6 mois).

Le fichier Excel correspondant est fourni ci-après :



Satellites 1.xls (39 Ko)



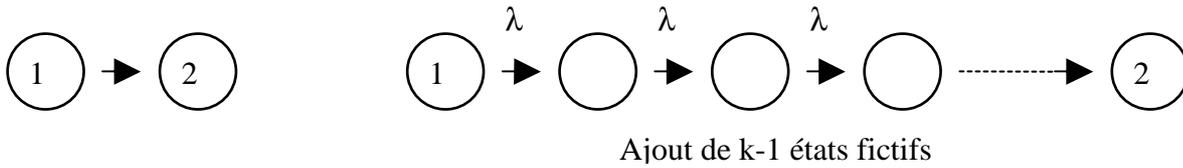
## 2 - Limites de la modélisation markovienne

Les principales limitations inhérentes à la modélisation markovienne sont :

- l'utilisation exclusive de taux constants qui peut être en partie palliée par la méthode des états fictifs (combinaisons de lois exponentielles pouvant modéliser des lois de type Erlang simple, Erlang généralisé, Cox...)
- l'explosion combinatoire du nombre d'états.

## 2. 1 - Emploi d'une loi d'Erlang simple pour modéliser un délai

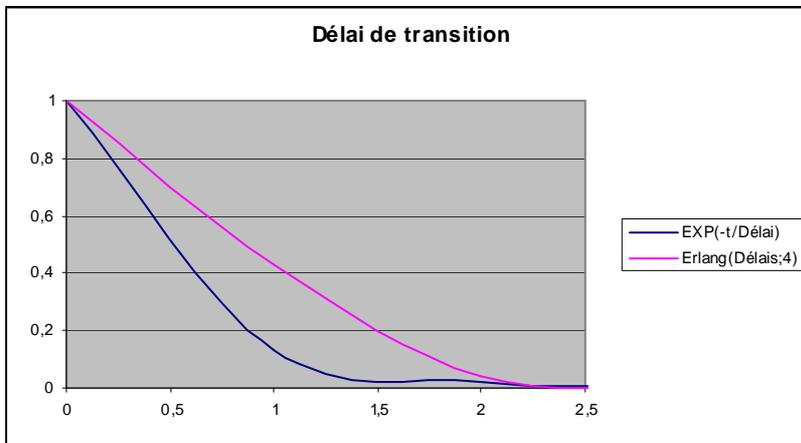
La transition entre deux états est remplacée par un ensemble de transitions à taux constants entre des états fictifs :



Proche d'une loi log-normale, les caractéristiques d'une loi d'Erlang simple sont les suivantes :

Valeur moyenne :  $\frac{k}{\lambda}$     Ecart type :  $\sigma = \frac{m}{\sqrt{k}} = \frac{\sqrt{k}}{\lambda}$     Densité :  $f(x) = \frac{\lambda^k t^{k-1} e^{-\lambda t}}{(k-1)!}$

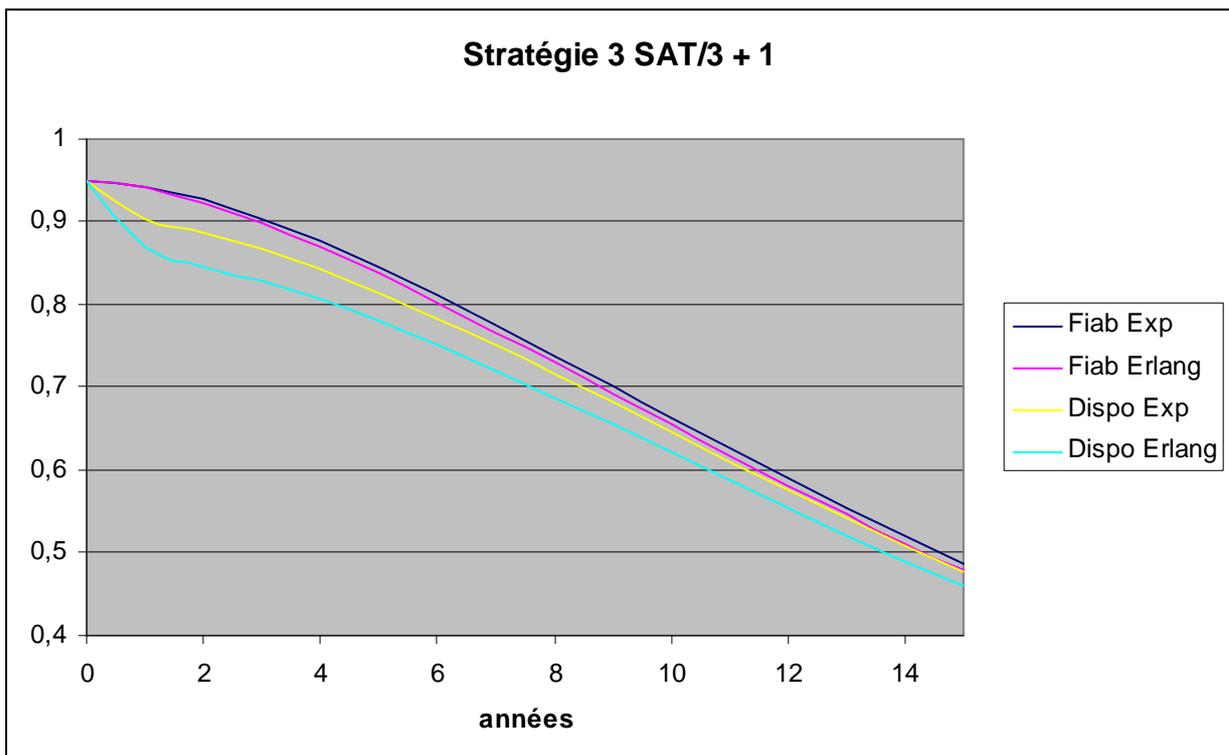
Ainsi, le délai du modèle 3 SAT/3 +1 A peut être remplacé par un loi d'ergang à 4 états , soit 6 mois avec un écart type de 3 mois.



Erlang.xls (24 Ko)

Fichier Excel :

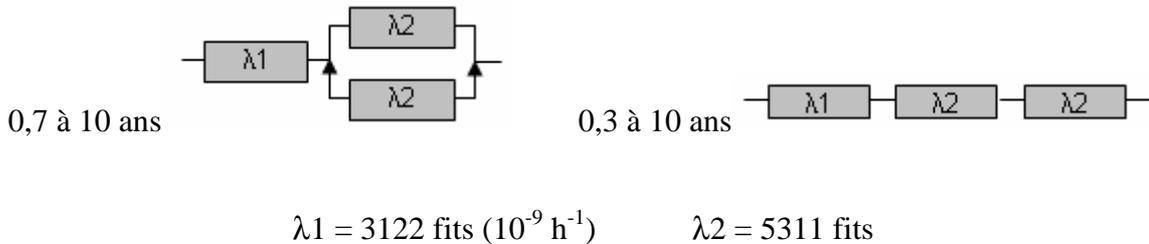
L'impact sur le résultat est le suivant :



## 2.2 – Modélisation d'un satellite

Un satellite est un système reconfigurable incorporant de nombreux éléments redondés. A partir d'une courbe de fiabilité issue du modèle du satellite, un modèle simplifié peut être obtenu par ajustement.

A titre d'exemple, le satellite peut être modélisé par un bloc en série et un bloc en redondance froide, avec  $\lambda_{OFF} = 0$ , tels que la fiabilité du satellite à 10 ans soit de 0,7 et que celle d'absence totale de défaillance soit de 0,3 sur cette même durée.



Ajustement1.xls  
(21 Ko)

Fichier Excel :

La durée limitée des satellites (capacité en ergol, usure...) pourrait être également modélisée par une loi d'Erlang. Mais si rien n'empêche d'affiner les modèles markoviens pour considérer des lois de transition plus réalistes, cette amélioration se fait au prix d'un accroissement du nombre d'états qui devient vite rédhibitoire. La simulation devient alors incontournable.

## 3 – Simulation

La constellation a fait l'objet d'un modèle de simulation récursive mis en œuvre par le logiciel SIMCAB. Présenté ci-dessous, ce modèle permet de simuler le déploiement et le renouvellement d'une constellation de 4 satellites en limitant le nombre total de satellites à lancer (Nb max SAT).

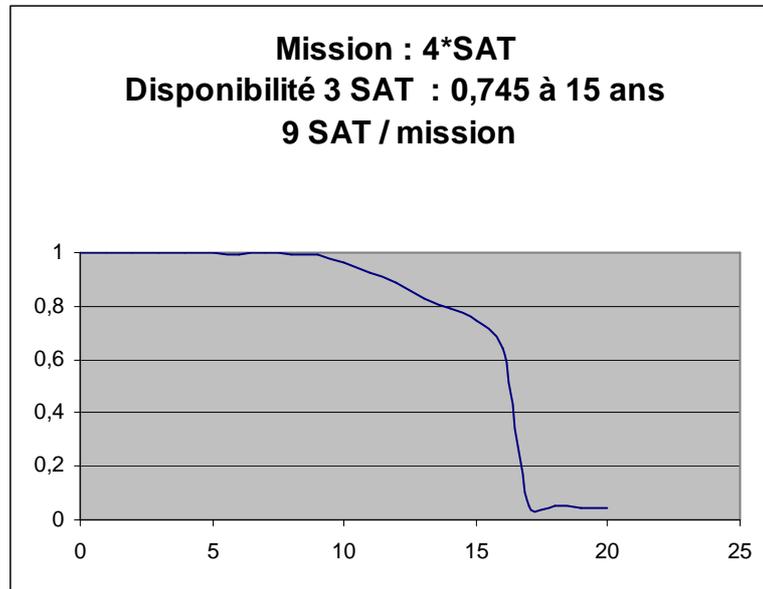
|          | T <sub>0</sub> | T <sub>i</sub> |             | T <sub>j</sub> | T <sub>mission</sub> |                             |
|----------|----------------|----------------|-------------|----------------|----------------------|-----------------------------|
|          | 0              | 12,297         |             | 12,797         | 25                   |                             |
| SAT1 :   | 0              | 2,5653 DV      | TTF : 2,565 | 2,06528 DV     | DeltaT : 0,5         |                             |
| SAT2 :   | 0              | 3,703 DV       | 3,703       | 3,20295 DV     |                      |                             |
| SAT3 :   | 0              | 0 F            |             | 1,01335 F      |                      | Mission : 4*SAT             |
| SAT4 :   | 0              | 3,703 DV       | 3,703       | 3,20295 DV     |                      | Durée de vie : 8 ans        |
|          |                |                | TTR : 0,5   |                |                      | Fiab lanceur : 0,95         |
|          |                |                |             |                |                      | Décalage Sat2 : 0 ans       |
|          |                |                |             |                |                      | Décalage Sat3 : 0 ans       |
|          |                |                |             |                |                      | Décalage Sat4 : 0 ans       |
|          |                |                |             |                |                      | Délai avant tir : 0,5 ans   |
|          |                |                |             |                |                      | NB max SAT : 9              |
| Nb SAT : |                | 8              |             | 9              |                      | T Renouvellement : 20 ans   |
|          |                |                |             |                |                      | λ1 (PPU SAT) : 3122 fits    |
|          |                |                |             |                |                      | λ2 (Redond SAT) : 5311 fits |



Simulation.xls (32 Ko)

Le fichier Excel correspondant à ce simulateur est fourni ci-après :

En plus des 4 satellites lancés initialement, 5 satellites de rechange sont nécessaires pour assurer une fiabilité de la mission de localisation à 3 satellites de 0,7 à 15 ans.



Des problématiques beaucoup plus complexes de constellation tenant compte des positions orbitales, des fonctionnements dégradés, au niveau des satellites ou de la constellation, et de stratégies de renouvellement plus élaborées peuvent être modélisées par ce type de simulateur. Par ailleurs, ces simulateurs peuvent être couplés à l'outil d'optimisation Gencab pour rechercher des configurations optimale de paramètres.