

# TP SdF N° 21

## Les essais accélérés

Ce TP porte sur les essais accélérés et plus particulièrement sur le modèle Standard de Vie Accélérée.

### 1 – Le modèle Standard de Vie Accélérée

1.1 - Présenter les principales caractéristiques du modèle Standard de Vie Accélérée (SVA).

1.2 – Comparer les modèles SVA au modèle de COX présenté au TP n° 19.

### 2 – Exploitation des résultats d'un essai accéléré en température

Un essai accéléré de 21 matériels à 70 °C a abouti aux résultats suivants :

Durées de fonctionnement avant panne :

178	261	267	272	279	286	334	362	419	426	440	470	483	531	534	543	581	589
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Durées de fonctionnement sans panne au terme de l'essai :

470	550	600
-----	-----	-----

2.1 - Estimer la fiabilité du matériel à 25°C au moyen d'une loi de Weibull et de l'estimateur de Kaplan Meyer en considérant une énergie d'activation de 0,3 EV.

2.2 – Afin de lever des doutes sur la valeur de l'énergie d'activation, ce test est complété à différentes températures sur 8 matériels. Estimer à nouveau la fiabilité du matériel.

Durées de fonctionnement avec panne :

60°C : 

410	720
-----	-----

 50°C : 

899
-----

Durées de fonctionnement sans panne :

40°C : 

1000	950
------	-----

 50°C : 

1000
------

### 3 – Mise en oeuvre d'un essai accéléré en fatigue

Lors d'un essai accéléré, des pièces soumises à différentes contraintes cycliques, définies par rapport à la limite élastique, sont sorties de leur domaine de fonctionnement au bout de N cycles :

90 % : 

3	11	35	52
---	----	----	----

 80 % : 

155	292	621	825
-----	-----	-----	-----

 70 % : 

950	1568	1963	2536
-----	------	------	------

 60 % : 

4450
------

Estimer la fiabilité à 60 % sachant que certaines pièces ont supporté N Cycles sans défaillance :

70 % : 

1503	1822	1965	2000
------	------	------	------

 60 % : 

8000
------

## Les essais accélérés

Les essais accélérés sont des essais de fiabilité pour lesquels les matériels testés sont soumis à des conditions d'environnement ou d'utilisation amplifiées par rapport à celles de leur vie opérationnelle. L'objectif est double :

- Réduire la durée des essais,
- Apprécier la fiabilité selon l'utilisation et l'environnement.

Ces essais ne doivent pas être confondus avec :

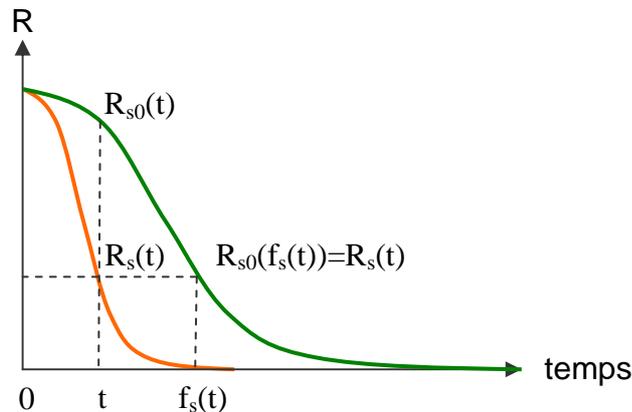
- les essais aggravés, menés hors du domaine de qualification pour évaluer la robustesse de la conception et révéler certains modes de défaillance (HALT : Highly Accelerated Life Test),
- les essais de déverminage menés pour révéler les pannes de jeunesse (HASS : Highly Accelerated Stress Screen).

Dans les conditions accélérées, le fonctionnement du matériel doit faire intervenir les **mêmes phénomènes de dégradation** que dans les conditions normales d'utilisation.

### 1 – Le modèle Standard de Vie Accélérée (SVA) <sup>1</sup>

Le modèle Standard de Vie Accélérée (SVA) recouvre la majorité des modèles de vie accélérée utilisés dans le monde du vivant, de l'électronique ou de la mécanique. Il envisage la combinaison de plusieurs stress et leur évolution dans le temps.

Soit  $R_{s_0}(t)$  la fiabilité d'un composant subissant un stress en conditions nominales  $s_0$  et  $R_s(t)$  la fiabilité de ce même composant en conditions  $s$  de test accéléré.



Nous appelons « ressource utilisée sous le stress  $s$  jusqu'à l'instant  $t$  », la fonction  $f_s(t)$  permettant de passer d'une durée quelconque  $t$ , sous condition de test, à celle équivalente en condition opérationnelle, c'est-à-dire celle qui correspond à la même valeur de fiabilité.

Ce qui caractérise le modèle Standard de Vie Accélérée est que **la vitesse d'utilisation de la ressource** (ou vitesse de dégradation) à l'instant  $t$  **ne dépend que de la valeur du stress  $s(t)$  appliqué à l'instant  $t$ .**

$$\text{Soit : } \boxed{\frac{d}{dt} f_s(t) = V(s(t))} \quad \text{ou} \quad \boxed{R_s(t) = R_{s_0}(f_s(t)) = R_{s_0}\left(\int_0^t V(s(\tau)) d\tau\right)}$$

si le stress est constant entre 0 et  $t$  on obtient :  $\boxed{R_s(t) = R_{s_0}(V(s) \times t)}$  avec  $\boxed{V(s_0) = 1}$ .

<sup>1</sup> V. Bagdonavicius, L. Gerville-Réache, V. Nikoulina, M. Nikulin, Expériences accélérées : analyse statistique du modèle standard accéléré Revue de statistique appliquée, tome 48, n°3 (2000) page 5-38

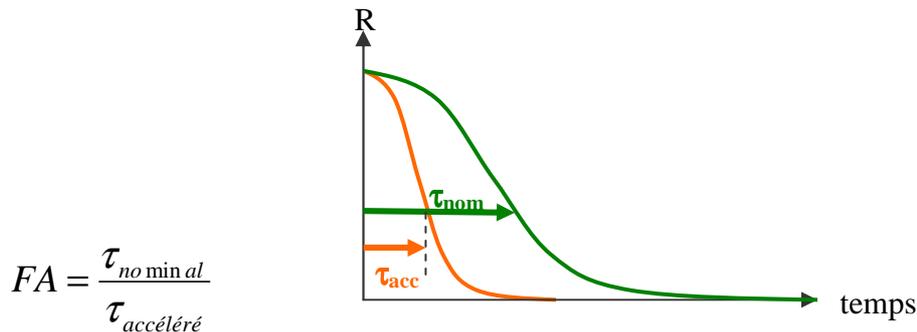
Le stress ne **change** alors **que l'échelle de la courbe de fiabilité** ( $t \rightarrow kt$ ). Aussi, le SVA peut facilement s'appliquer à diverses lois (Weibull, Log normale, lois non paramétriques, etc.).

En considérant deux conditions de stress  $s_1$  et  $s_2$ , on peut écrire :

$$R_{s_2}(t) = R_{s_0}(V(s_2) \times t) = R_{s_0}(V(s_1) \times \frac{V(s_2)}{V(s_1)} \times t) = R_{s_1}\left(\frac{V(s_2)}{V(s_1)} \times t\right)$$

Le **Facteur d'Accélération**  $FA(s_1, s_2) = \frac{V(s_2)}{V(s_1)}$  correspond au rapport entre une durée

quelconque sous stress  $s_1$  et celle équivalente sous stress  $s_2$  donnant la même fiabilité. Il correspond également au rapport des durées de vie moyenne sous ces deux niveaux de stress.



Si l'on considère un stress évolutif  $s$ , on peut calculer la dérivée du facteur d'accélération FA par rapport à  $s$  :

$$FA' = \frac{\frac{V(s+\Delta s) - V(s)}{\Delta s}}{\frac{V(s)}{V(s)}} = \frac{V(s+\Delta s) - V(s)}{V(s)} = \frac{V'(s)}{V(s)} = \ln(r(s))' \quad \text{d'où} \quad V(s) = \exp\left(\int_{s_1}^{s_2} FA(v) dv\right)$$

donc  $V(s)$  est une fonction de la forme :  $V(s) = e^{\beta_0 + \beta_1 z(s)}$  ou  $V(s) = e^{\beta_0 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k \beta_{ij} z_{ij}(s)}$  en présence de stress multiples combinés.

### Cas particuliers :

►  $V(s) = e^{\beta_0 + \beta_1/s}$  avec  $\beta_1 < 0$  : C'est le modèle d'Arrhénius

Il est utilisé lorsque le mécanisme d'endommagement est sensible à la **température**.

$$V = A e^{\frac{-E_a}{kT}} \quad FA = e^{\frac{E_a}{K} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)}$$

Avec :

A : constantes propres à l'essai

T : température absolue en ° Kelvin ( $^{\circ}K = ^{\circ}C + 273,15$ )

$E_a$  : énergie d'activation en eV (dépend du matériau et de ses mécanismes d'endommagement, varie entre 0,2 et 1,1 eV)

K : constante de Boltzmann ( $8,617385 \cdot 10^{-5} \text{ eV}/^{\circ}K$ )

- $V(s) = e^{\beta_0 + \beta_1 \ln(s)}$  avec  $\beta_1 < 0$  : C'est le modèle de puissance inverse

Il est utilisé lorsque le mécanisme d'endommagement est sensible au **voltage** ou à la **charge mécanique**.

$$V = \frac{A}{v^B} \quad FA = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^B$$

Avec :

A, B : constantes propres à la défaillance et à l'essai  
v : représente la valeur du stress.

Ce modèle est notamment utilisé pour une dégradation en fatigue caractérisée par la courbe de Wöhler (voir §3).

- $V(s) = e^{\beta_0 + \beta_1 s}$  avec  $\beta_1 > 0$  : C'est le modèle loglinéaire

Il est utilisé pour des phénomènes de fatigue de composants électroniques

$$V = Ae^{Bs} \quad FA = e^{B(s_2 - s_1)}$$

- Le modèle d'Eyring intègre la contrainte thermique (T) avec d'autres contraintes ( $s_1, s_2, \dots$ ) telles que la tension, le courant ou l'humidité.

$$V = AT^\alpha e^{\left( \frac{-B}{kT} + \left( C + \frac{D}{T} \right) s_1 + \left( C + \frac{D}{T} \right) s_2 + \dots \right)}$$

- Le modèle de Peck combine les modèles de puissance et d'Arrhénius. Il est utilisé lorsque le mécanisme d'endommagement est sensible à la **température** et l'**humidité**.

$$V = AH^m e^{\frac{-E_a}{kT}} \quad FA = \left( \frac{H_2}{H_1} \right)^m e^{\frac{E_a}{K} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)}$$

Avec : H le niveau d'humidité et m une constante propre à la défaillance et à l'essai

## Modèle de Cox

Le modèle de Cox<sup>2</sup> est un modèle de vie accélérée dans lequel le taux de défaillance de base est affecté par différents stress  $X_i$  (voir TP n° 19):

$$\lambda(t) = \lambda_0(t) \times \exp(\sum \beta_i X_i)$$

Ce modèle n'entre dans la famille des modèles Standards de Vie Accélérée (SVA) que dans le cas d'une loi de Weibull à 2 paramètres ( $\gamma = 0$ ). Ce résultat se démontre de la manière suivante :

<sup>2</sup> Cox D.R., « Regression models and life tables », *journal of the Royal Statistical Society*, series B, vol 34, n°2, 1972, pages 187-220.

$$R(t) = R_0(AF \times t) \Rightarrow R'(t) = AF \times R'_0(AF \times t)$$

$$\lambda(t) = R'(t) / R(t) = AF \times R'_0(AF \times t) / R_0(AF \times t) = AF \times \lambda_0(AF \times t) = \lambda_0(t) \times \exp(\sum \beta_i X_i)$$

$$\Rightarrow \lambda_0(AF \times t) / \lambda_0(t) = \exp(\sum \beta_i X_i) / AF = \text{constante}$$

Cette condition n'est vraie que si  $\lambda_0(t) = A t^B$  soit le taux de défaillance d'un modèle de Weibull à 2 paramètres :  $\lambda(t) = \beta t^{\beta-1} / \sigma^\beta$ .

Dans le cas général d'un modèle de COX dont le taux de défaillance correspond à une loi de Weibull, on peut écrire :

$$\lambda(t) = \beta(t-\gamma)^{\beta-1} / \sigma^\beta = \lambda_0(t) \times \exp(\sum \beta_i X_i) = \beta_0(t-\gamma_0)^{\beta_0-1} / \sigma_0^{\beta_0} \times \exp(\sum \beta_i X_i)$$

avec  $\gamma = \gamma_0$ ,  $\beta = \beta_0$  et  $1/\sigma^\beta = 1/\sigma_0^{\beta_0} \times \exp(\sum \beta_i X_i)$  pour que cette condition soit respectée pour toute valeur de t, soit :

$$\sigma = \sigma_0 \times \exp(-\sum \beta_i X_i / \beta)$$

Les différents stress  $X_i$  n'ont un effet que sur la valeur du paramètre  $\sigma$ .

## 2 – Exploitation des résultats d'un essai accéléré en température

### 2.1. Energie d'activation connue :

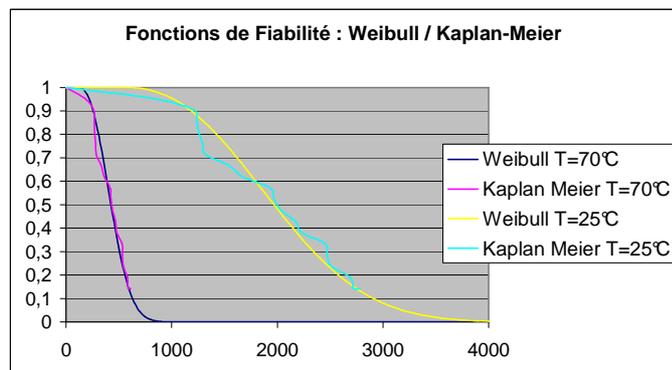
La fiabilité du matériel est estimée à 70°C par l'estimateur de Kaplan Meyer et par ajustement de la loi de Weibull en maximisant la vraisemblance (voir TP n° 19 et 20). Le passage à la fiabilité à 25°C s'effectue directement par application du facteur d'accélération en considérant une énergie d'activation de 0,3 EV.

#### Facteur d'accélération d'Arrhenius (énergie d'activation connue)

<b>β</b>	2,37298932	°C	70	°K	343,15
<b>σ</b>	360,64415	T°acc:	70	T°nom:	25
<b>γ</b>	116,967846	Constante de Boltzmann:	8,62E-05		
		Energie d'activation:	0,3		
		Facteur d'Accélération:	4,623845		

Données avant panne		Données censurées	
ti	ln(f(ti))	ti	ln(1-F(ti))
178	-7,47760785	470	-0,9506379
261	-6,3972076	550	-1,5435235
267	-6,35268965	600	-2,0004402
272	-6,31777361		
279	-6,27204076		
286	-6,22978349		
334	-6,02066664		
362	-5,9540549		
419	-5,92372819		
426	-5,92895089		
440	-5,94496523		
470	-6,00366861		
483	-6,0391972		
531	-6,22182529		
534	-6,23589073		
543	-6,27993988		
581	-6,49639674		
589	-6,5482162		

$\sum \ln(f(T_i))$  : -112,6446  
 $\sum \ln(1-F(T_j))$  : -4,4946016  
**Vraisemblance : -117,13921**



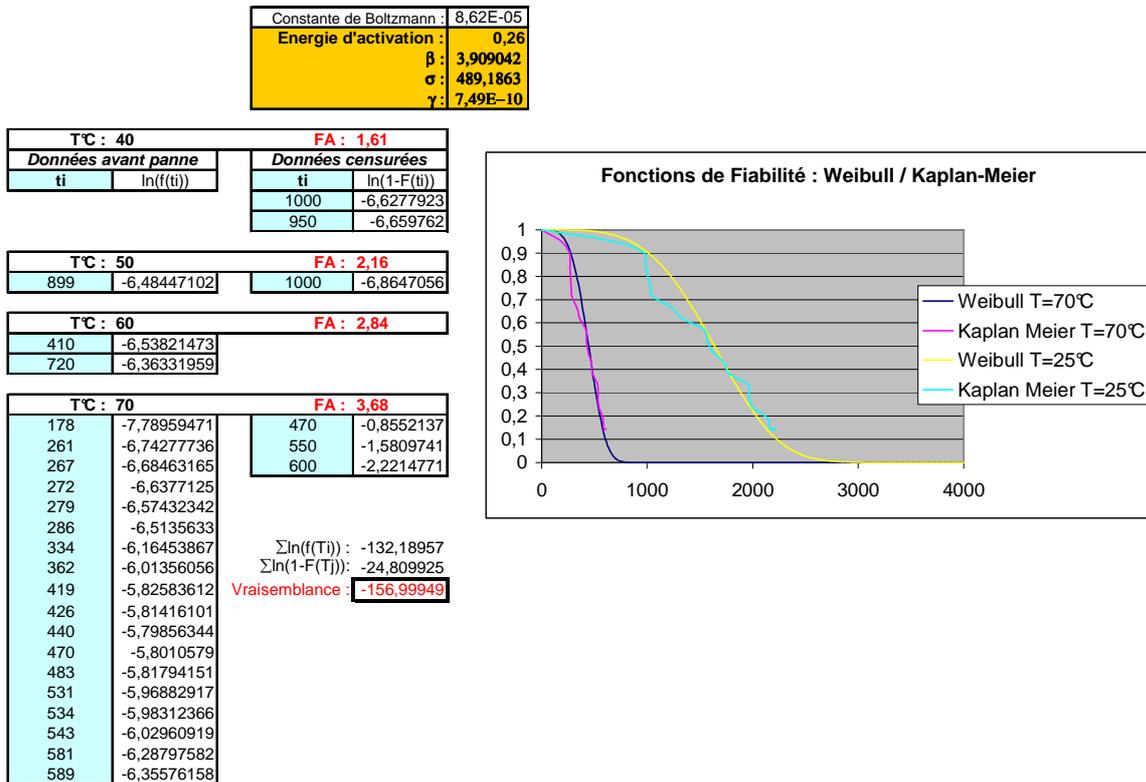
Arrhenius 1.xls (47 Ko)

Ouvrir le fichier Excel par double clic :

## 2.2. Energie d'activation inconnue :

Dans le cas où l'on ne connaît pas la valeur de l'Energie d'activation, on effectue l'ajustement de la loi de Weibull à partir des données précédentes complétées par les résultats des tests à différentes températures, en considérant l'énergie d'activation comme paramètre supplémentaire de l'optimisation.

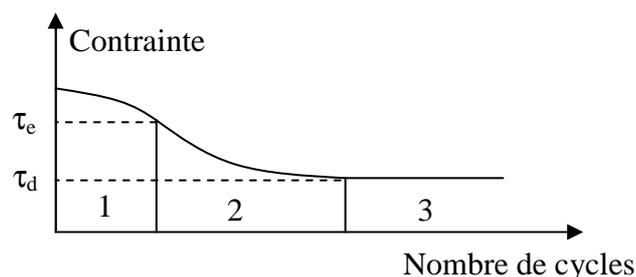
### Facteur d'accélération d'Arrhenius (énergie d'activation inconnue)



Arrhenius 2.xls (49 Ko)

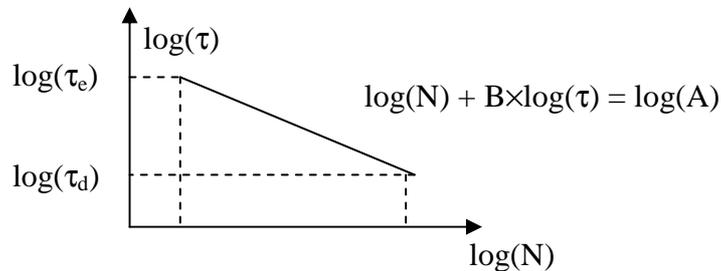
## 3 – Mise en oeuvre d'un essai accéléré en fatigue

La courbe qui exprime la variation du nombre de cycles à rupture en fonction de l'amplitude de la contrainte est la courbe de Wöhler (contrainte à moyenne nulle). Cette courbe se caractérise par une zone (1) de fatigue oligocyclique (plastique), une zone (2) de fatigue et une zone (3) d'endurance illimitée.



Toutefois l'expérience montre qu'il a une dispersion importante entre les pièces d'un même lot qui suivent approximativement une loi lognormale en fonction du nombre de cycles, ou normale en en fonction de  $\log(N)$ .

Par ailleurs dans une échelle bi-logarithmique, la courbe de Wöhler est à peu près linéaire dans la zone 2 comme le propose le modèle de Basquin :  $N\tau^B=A$ .



Ce modèle correspond au modèle de puissance inverse :  $FA = N/N_0 = (\tau_0/\tau)^B$

A partir des résultats d'essais, on effectue un ajustement de la loi lognormale par la méthode du maximum de vraisemblance en considérant le coefficient B comme paramètre supplémentaire de l'optimisation.

### Essai accélérée en fatigue (modèle de Basquin)

mu : 10,34
sigma : 1,01
B : 17,27

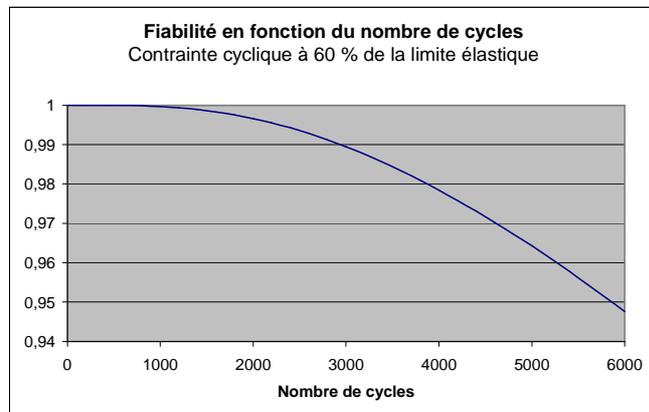
$\sum \ln(f(N_i))$ :	-18,95
$\sum \ln(1-F(N_i))$ :	-2,36
Vraisemblance :	-21,31

$\tau/\tau_e$ : 90%		FA : 1101	
Défaillances	$\ln(f(N_i))$	Censures	$\ln(1-F(N_i))$
3	-3,38		
11	-1,36		
35	-0,95		
52	-1,12		

$\tau/\tau_e$ : 80%		FA : 144	
155	-0,98		
292	-0,98		
621	-1,48		
825	-1,81		

$\tau/\tau_e$ : 70%		FA : 14	
950	-1,26	1503	-0,45
1568	-0,98	1822	-0,57
1963	-0,94	1965	-0,62
2536	-0,94	2000	-0,63

$\tau/\tau_e$ : 60%		FA : 1	
4450	-2,77	8000	-0,09



Feuille de calcul  
Microsoft Excel

**Remarque :** Réalisés ici au moyen de GEN CAB et SIM CAB, ces traitements nécessitent l'emploi d'outils d'optimisation globale ayant une réelle capacité à s'affranchir des multiples optima locaux.