TP N° 43

Optimisation d’une procédure d’essai

L’objet de ce TP est de montrer l’apport de l’optimisation à la définition d’une procédure d’essai relativement courante. Il porte sur le test d’un composant électronique dans le cadre d’un essai de démonstration de fiabilité.

----

1 – Un essai de fiabilité doit démontrer que le MTTF (Mean Time To Failure) d’un composant électronique (à taux de panne constant) est supérieur à 1000 heures à 60 % de confiance.

Rappeler la définition d’un intervalle de confiance et sa formulation dans le cas de la loi exponentielle.

2 - Sachant que le coût de l’essai se répartit en une partie fixe de 10 000 € et un coût horaire de 20 €, et que le coût d’approvisionnement est de 45 € par composant, trouver les conditions optimales de l’essai, en termes de durée et de nombre de pièces à tester, en n’escomptant aucune défaillance au cours de l’essai.

3 – Trouver, à nouveau, les conditions optimales de l’essai, si celui-ci est prolongé en cas de défaillances en considérant que la fiabilité du composant est voisine de l’objectif à démontrer.

L’essai sera arrêté à la cinquième défaillance et son coût horaire sera alors remplacé par une pénalité forfaitaire de 20 000 €.

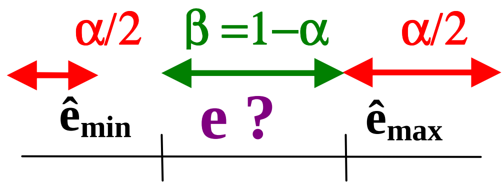
1 – Intervalle de confiance :

L'intervalle de confiance contient la valeur du paramètre à estimer avec la probabilité β (confiance).

$$\beta = 1 - \alpha \text{ (risque)}$$

L'intervalle peut être :

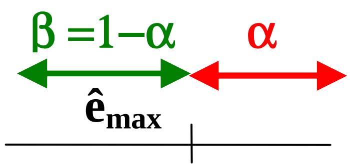
Bilatéral :



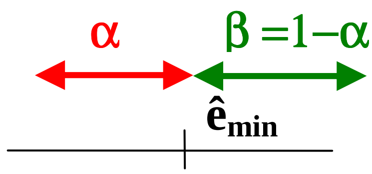
ou

Unilatéral :

Borne supérieure :



Borne inférieure :



Dans le domaine de la fiabilité, on s'intéresse essentiellement à des intervalles unilatéraux.

L'intervalle est dit :

- exact s'il est fondé sur la distribution d'une loi de probabilité connue
- approximatif s'il se base sur l'approximation d'une loi par une autre
- asymptotique s'il fait appel à des théorèmes de convergence.

La distribution des durées de fonctionnement est ici exponentielle (λ constant) et un intervalle de confiance exact est donné par la loi du chi-2. Dans le cas unilatéral, son expression est la suivante :

Borne inférieure : $\boxed{\dfrac{2T}{\chi^2_{1-\alpha}(2r+2)} < \theta}$ Borne supérieure : $\boxed{\theta < \dfrac{2T}{\chi^2_{\alpha}(2r)}}$

Avec

T : la cumulée durée de fonctionnement

r : le nombre de défaillances

α : le niveau de risque.

1 – Conditions optimales de l'essai sans aucune défaillance au cours de l'essai

La borne inférieure de l'intervalle de confiance peut se calculer sous Excel par la formule suivante :

=2*Nb_pièces*Durée_essais/KHIDEUX.INVERSE(1-Confiance;2*Nb_pannes+2)

L'optimisation consiste alors à minimiser le coût total de l'essai sous la contrainte de tenue de l'objectif de MTBF à 60 % de confiance.

Coût total = Coût_fixe + Nb_pièces*Coût_pièce + Durée_essais*Coût_horaire

Elle a été réalisée, ci-après, au moyen de l'outil Gencab.

Optimisation d'une procédure d'essai de démonstration de fiabilité

Nb pièces :	19	Coût fixe (€) :	10000
Durée essais (hr) :	48,23	Coût pièce (€) :	45
Confiance :	60%	Coût horaire (€/h) :	20
Objectif MTBF (hr):	1000	Coût total 0 panne:	11820

Borne inférieur de l'intervalle de confiance sans panne : 1000,000054

Essai sans panne

Le fichier correspondant est disponible par double clic sur l'icône suivant :

2 – Conditions optimales de l'essai prolongé en cas de défaillance

Le critère d'optimisation devient une espérance de coût calculée en considérant les probabilités de défaillance des composants, caractérisés par un MTBF de 1000 heures.

Optimisation d'une procédure d'essai de démonstration de fiabilité

Nb pièces :	22	Coût fixe (€) :	10000
Durée essais (hr) :	41,66	Coût pièce (€) :	45
Confiance :	60%	Coût horaire (€/h) :	20
Objectif MTBF (hr):	1000	Coût total 0 panne:	11823

Borne inférieur de l'intervalle de confiance sans panne : 1000,20893

Nb pannes	Prolongement (hr)	Probabilité	Coût	Coût pondéré
0	0,00	0,3999	11823	4728,36
1	50,27	0,1213	12828	1556,03
2	99,50	0,0663	13813	915,97
3	148,13	0,0419	14786	619,71
4	196,37	0,0331	15751	521,97
+		0,3374	30990	10456,54
			Espérence de coût :	18798,59

Nb pannes	T	ΔT1	ΔT2	ΔT3	ΔT4
	41,66	*50,27*	*49,23*	*48,63*	*48,24*
0	0,399923692	0,330935462	0,349534479	0,35080321	0,353263696
1	0,366522673	0,365958991	0,348604128	0,35163415	
2	0,167955628	0,202344564	0,343124148		
3	0,05130941	0,074586358			
4	0,011756032				

Essai prolongé

La durée de prolongement de l’essai nécessaire à la démonstration de l’objectif et le coût de l’essai sont calculés en fonction du nombre de défaillances.

Remarques :

- Le calcul des probabilités de prolongation de l’essai résulte d’une combinatoire qui devient relativement complexe quand le nombre de pannes augmente ; les pannes survenant durant la durée minimale de l’essai (T) ou pendant les différentes périodes de prolongation (ΔTi).

- Des problématiques d’essai plus complexes que celui-ci peuvent se traiter en couplant l’optimisation à de la simulation des essais (Monte-Carlo), au détriment toutefois du temps de calcul. L’outil GENCAB permet ce type de couplage.

- Un test sur la validité des résultats et une contrainte sur la durée de prolongation de l’essai ont été ajoutés dans la feuille de calcul pour éviter d’obtenir des valeurs négatives.