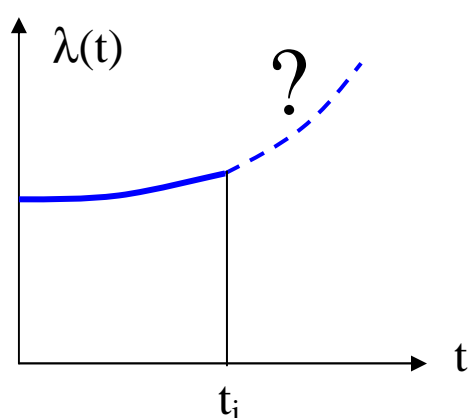


TP N° 50

Exploitation d'un REX par les méthodes bayésiennes

L'objet de ce TP est de montrer l'apport des méthodes bayésiennes à l'exploitation de données de retour d'expérience relatives à des durées de bon fonctionnement et d'en souligner les limites.



1 – Montrer, à travers un exemple, l'intérêt des méthodes bayésiennes à l'exploitation d'un REX sur des équipements à taux de défaillance constant.

2 – Présenter la méthode « Bayesian Restoration Maximisation » et montrer son intérêt pour exploiter un REX sur des équipements à taux de défaillance non constant.

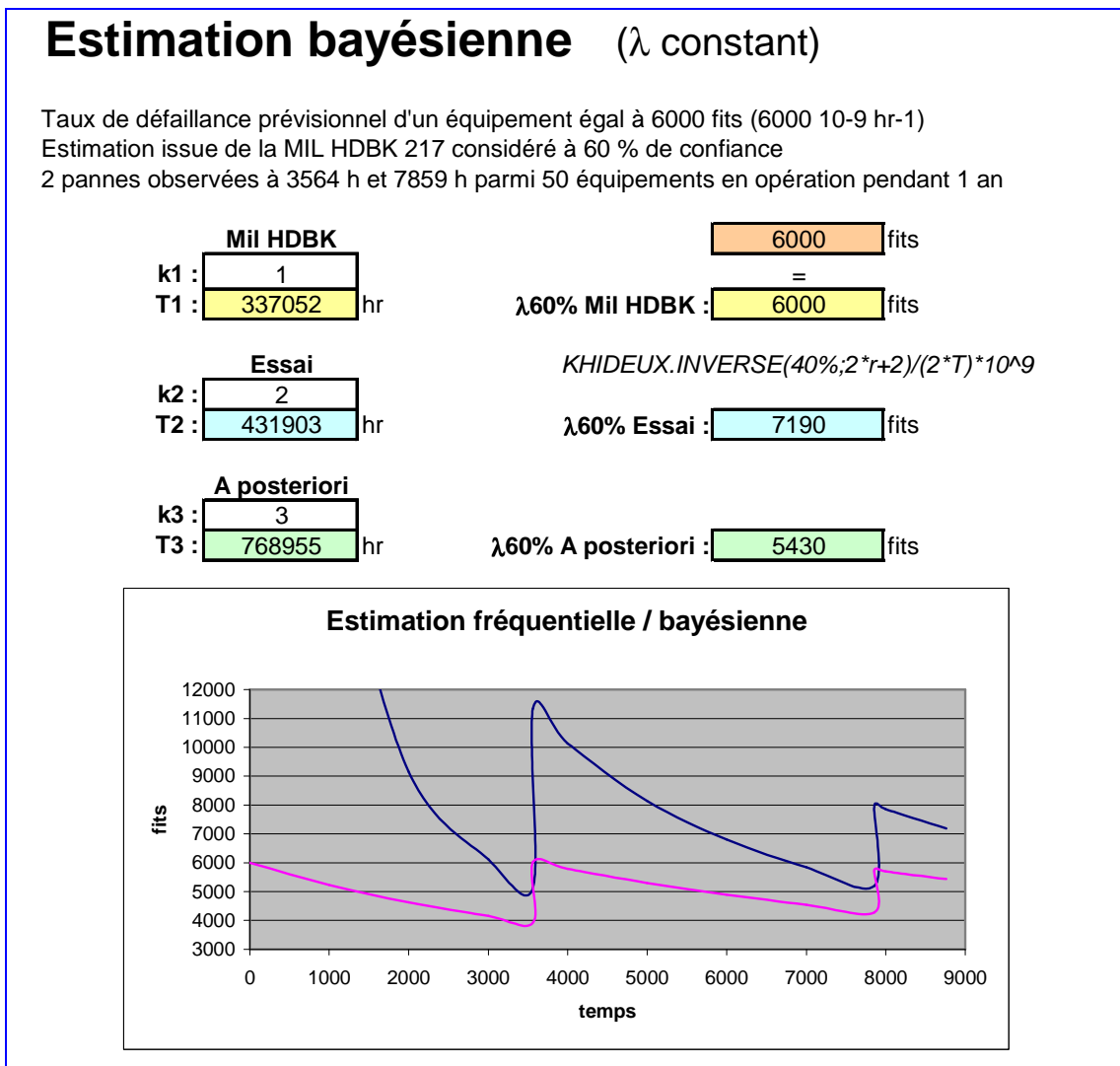
3 – Montrer les limites des méthodes bayésiennes à l'exploitation d'un REX relatif à certaines lois de fiabilité tel que le modèle BERTHOLON.

1 - Exploitation d'un REX par les méthodes bayésiennes

L'exploitation de données de retour d'expérience montre vite ses limites quand les données sont peu nombreuses et en partie censurées. Elle aboutit alors à des résultats très conservatoires en appliquant les méthodes fréquentielles classiques.

Les méthodes bayésiennes, consistant à associer aux données une connaissance a priori, permet de pallier cet inconvénient mais leur mise en œuvre n'est pas simple en dehors des lois binomiale et de Poisson pour lesquelles l'existence de lois conjuguées¹ (respectivement les lois Bêta et Gamma) rend possible la transformation de l'a priori en un jeu de données virtuelles qui peut être ajouté simplement à celui des données réelles.

Ainsi est-il possible d'enrichir une estimation prévisionnelle de fiabilité issue de normes ou de divers recueils, par des données opérationnelles dès la mise en service d'un produit comme le montre l'exemple ci-dessous.



Bayésien à taux constant

Fichier disponible par clic de souris sur l'icône :

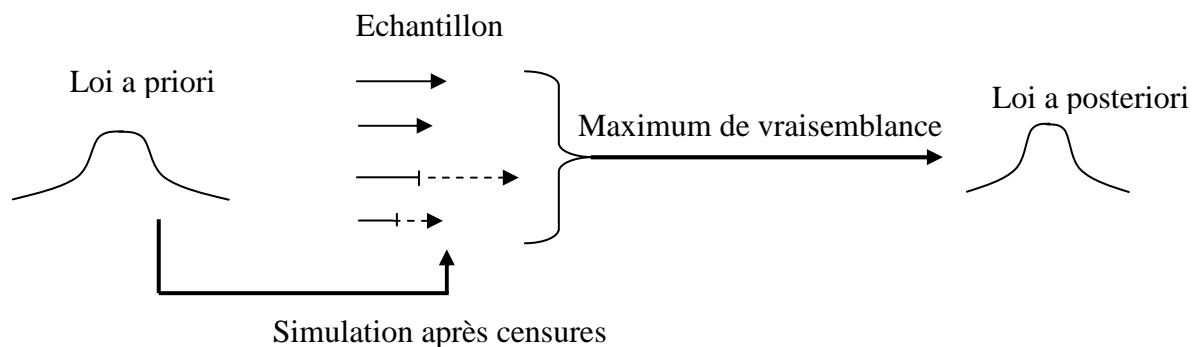
¹ Si la loi de Poisson donne la probabilité $p(k/\lambda, T) = e^{-\lambda} \lambda^k / k!$ d'avoir k défaillances d'équipements de taux de panne λ pendant une durée T, la loi conjuguée donne la densité de probabilité $f(\lambda/k, T) = \lambda^k T^{k+1} e^{-\lambda T} / k!$ de la variable aléatoire λ (taux de défaillance) après l'observation de k défaillances pendant une durée T.

Dans cet exemple, la durée T1 d'un essai virtuel à 1 panne est choisie de manière à ce que le taux de défaillance prévisionnelle, estimé à partir de cet essai, soit égal aux 6000 fits à 60% de confiance fournis par la norme MIL HDBK 217 (optimisation sous contrainte réalisée au moyen de l'outil GEN CAB).

2 - Méthode « Bayesian Restoration Maximisation » applicable au taux de défaillance non constant

En l'absence de loi conjuguée, l'estimation a posteriori peut résulter d'une intégration par application de la formule de Bayes dans le domaine continu. Une méthode à base de simulation permet cependant de s'affranchir de ce type de traitement qui s'avère relativement complexe².

La méthode « Bayesian Restoration Maximisation³ » consiste à obtenir la loi a posteriori par maximisation de la vraisemblance d'un échantillon pseudo complet, constitué des données non censurées et du remplacement des données censurées par des données simulées à partir de la loi a priori conditionnée au dépassement de la durée avant censure.



En pratique, il suffit de remplacer chaque donnée censurée par la première valeur simulée de la loi a priori qui dépasse la durée avant censure.

Dans l'exemple ci-après, un jeu de données partiellement censurées est obtenu en simulant des durées de fonctionnement avant défaillance, à partir d'une loi inconnue de type Weibull, ainsi que des durées d'opération.

$$T_p = \gamma + \eta * (-\text{LN}[\text{ALEA}()])^{1/\beta} \quad T_{op} = k * \text{alea}() \quad \text{sous Excel}$$

Chaque donnée censurée est alors remplacée par une donnée simulée de la loi a priori dépassant la durée d'opération.

Après 4 tentatives infructueuses successives, l'absence de donnée simulée dépassant cette valeur conduit, dans cet exemple, à devoir relancer l'ensemble des simulations. Les censures résiduelles pourraient être également conservées pour estimer la loi a posteriori sans relancer les simulations.

² Alin Gabriel Mihalache, Modélisation et évaluation de la fiabilité des systèmes mécatroniques : Application sur système embarqué, *Thèse de doctorat, université d'Angers 2007*.

³ Mostafa Bacha, Gilles Celeux, Bayesian Estimation of a Weibull distribution in a highly censored and small sample setting, *Rapport INRIA n°2993 - octobre 1996*.

Les paramètres de la loi a posteriori s'obtiennent alors par la méthode du maximum de vraisemblance mise en œuvre dans cet exemple au moyen de l'outil d'optimisation et d'ajustement GEN CAB. Des intervalles de confiances asymptotiques peuvent être estimés par inversion de la matrice de Fisher.

Bayesian Restoration Maximisation							
Loi de Weibull							
	Loi inconnue		Loi a priori		Loi a posteriori		
β :	2		β_1 :	1,5	β_2 :	1,59	
η :	500		η_1 :	700	η_2 :	675	
γ :	100		γ_1 :	200	γ_2 :	126	
OK							
T opération	T panne	Censure	Simulation				T
265	458	VRAI	1284	1443	622	618	1284
494	384	FAUX					384
502	622	VRAI	1259	888	1207	805	1259
485	939	VRAI	975	254	1411	259	975
116	371	VRAI	867	1147	998	2122	867
259	860	VRAI	337	285	352	571	337
450	605	VRAI	1638	714	551	334	1638
591	578	FAUX					578
666	388	FAUX					388
320	996	VRAI	909	599	570	842	909



Weibull

Fichier disponible par clic de souris sur l'icône :

Remarque : Si cette méthode permet de traiter des données fortement, voire totalement, censurées, elle suppose cependant un minimum de données (une centaine dans cet exemple).

3 – Limites des méthodes bayésiennes à l'exploitation d'un REX

Si les méthodes bayésiennes associées à l'exploitation d'un REX sont bien adaptées au pronostic de défaillance d'équipements à usure progressive, elles ne peuvent pas révéler un phénomène tardif non encore observé, tel que le vieillissement d'un composant ne démarrant qu'après une longue phase d'utilisation à taux de panne constant (modèle de BERTHOLON).