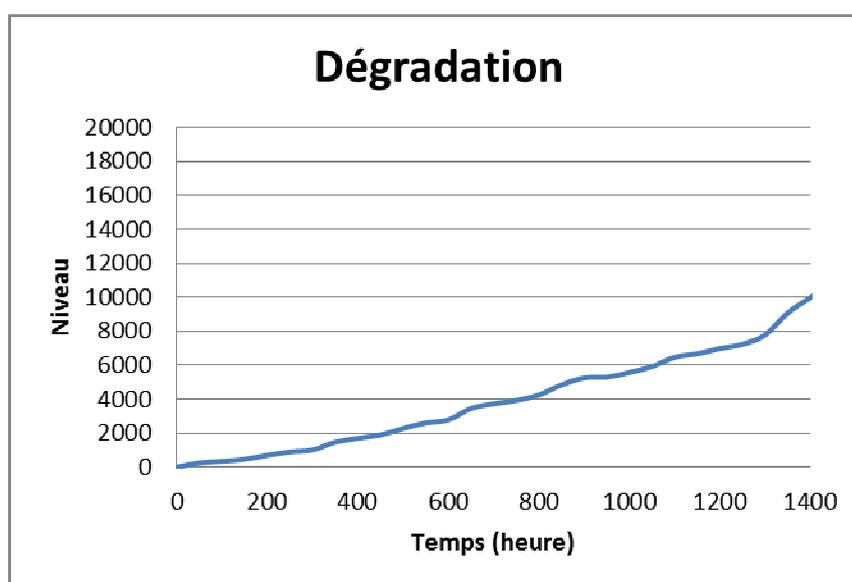


## TP N° 53

# Plan d'essai accéléré d'un équipement soumis à un processus de dégradation

L'objet de ce TP est d'élaborer un plan d'essai accéléré pour un équipement soumis à un processus de dégradation dont le niveau peut être mesuré.



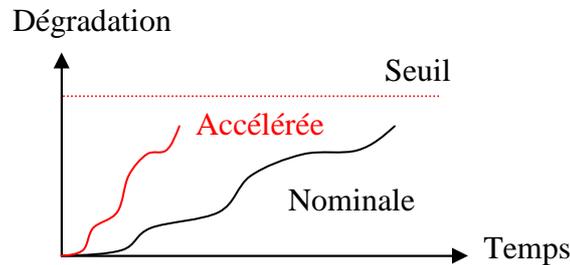
----

Un équipement mécatronique de mesure se dégrade au cours du temps jusqu'à dépasser sa tolérance de fonctionnement (niveau 20 000). Une analyse dysfonctionnelle a montré que cette dégradation était principalement influencée par deux covariables, la température et le niveau de vibration, sans que l'on connaisse précisément leurs effets. L'équipement fonctionne nominale à 20°C et 2 Grms mais est qualifié jusqu'à 90°C et 12 Grms.

- 1) Proposer un modèle de dégradation non linéaire accélérée par ces deux covariables.
- 2) Proposer un plan d'essai de démonstration de fiabilité de l'équipement dont le MTBF est spécifié à 100 000 heures et pour lequel 9 exemplaires peuvent être employés pour les essais.
- 3) Simuler le déroulement complet de l'essai.

## 1) Modélisation du processus de dégradation

Le problème consiste à élaborer un modèle de dégradation en fonction du temps pouvant se transformer en modèle de fiabilité par ajout d'un seuil d'acceptabilité.



Le phénomène de dégradation peut être modélisé par un processus gamma (à dégradation croissante) ou un processus de Wiener (avec d'éventuels phénomènes de guérison momentanée).

La dégradation étant apparemment monotone, nous choisissons un processus gamma.

Entre deux observations consécutives, un processus gamma stationnaire se caractérise par une loi d'accroissement  $Z(t+h)-Z(t)$  égale à une loi gamma de paramètres  $\alpha h$  et  $\beta$ . La dégradation évolue alors linéairement, en moyenne.

Afin de représenter une évolution plus complexe de la dégradation, ce processus peut être rendu non stationnaire, au moyen d'une fonction croissante  $m(t)$ , en remplaçant  $\alpha h$  par  $m(t+h)-m(t)$ .

Nous utilisons la fonction  $m(t) = p t^q$  avec  $p$  et  $q > 0$ .

De la même manière que pour la courbe de fiabilité dans le cas du modèle Standard de Vie Accélérée<sup>1</sup>, l'accélération agit sur la courbe de dégradation par un simple facteur d'échelle.

La loi d'accroissement  $Z(t+h)-Z(t)$  devient alors une loi gamma ( $m(FA*(t+h))-m(FA*t), \beta$ ) avec  $FA$  le facteur d'accélération.

Pour l'accélération en température, nous pouvons utiliser le facteur d'Arrhenius référencé à 20°C :

$$FA_T = \exp(Ea/K (1/(273+20) - 1/(273 + T^\circ C)))$$

avec  $Ea$  l'énergie d'activation (inconnue) et  $K$  la constante de Boltzmann ( $8,6171 \cdot 10^{-5}$  eV/°K).

Pour l'accélération en vibration, nous pouvons utiliser la loi de Basquin référencée à 2 Grms :

$$FA_V = (Grms/2)^t$$

Le facteur d'accélération global devient alors  $FA = FA_T * FA_V$ .

Remarque : Il a été supposé ici que les covariables accélèrent indépendamment le phénomène de dégradation.

---

<sup>1</sup> Mikhail Nikulin, Léo Gerville-Réache, Vincent Couallier, Statistique des essais accélérés, Hermes Lavoisier Paris 2007

La densité de la loi Gamma a pour expression :  $f(x) = \frac{\beta^{-\alpha}}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}$

Sous Excel, elle s'obtient directement par la formule suivante : « =LOI.GAMMA(x;α;β;Faux) »

et la fonction de répartition par la formule : « =LOI.GAMMA(x;α;β;Vrai) ».

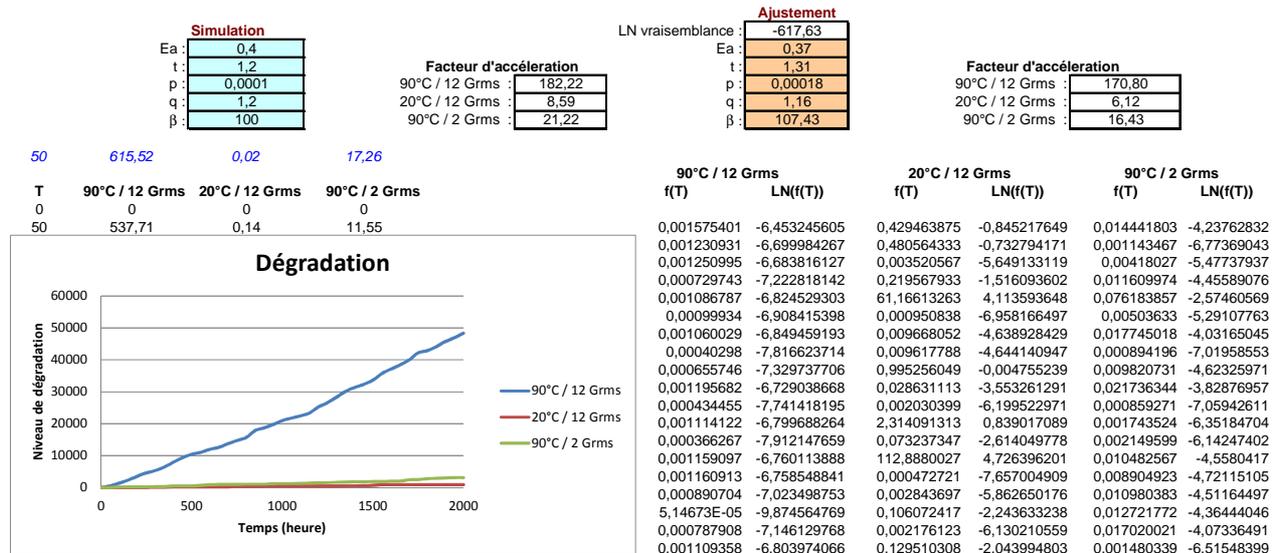
La dégradation entre 0 et t est une somme de dégradations entre ti et tj qui peuvent chacune se simuler, dans le cas d'un phénomène stationnaire, par la formule :

$$\ll =\text{LOI.GAMMA.INVERSE}(\text{ALEA}());\alpha(\text{tj-ti});\beta)$$

Ces mêmes formules ont été adaptées au traitement d'un processus Gamma non stationnaire accéléré dans l'exemple ci-dessous où le phénomène de dégradation a été simulé dans 3 conditions de stress (90°C / 12 Grms, 20°C / 12 Grms et 90°C et 2 Grms).

A partir des données simulées, un ajustement du modèle est réalisé par la méthode du maximum de vraisemblance au moyen de l'outil d'optimisation globale **GENCAB**. Cet ajustement permet de retrouver approximativement les 5 paramètres utilisés pour générer les données quel que soit le jeu de simulation considéré.

### Processus Gamma non stationnaire accéléré



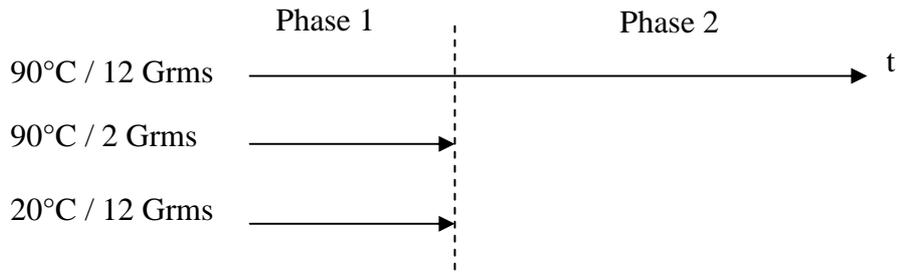
Processus gamma

Fichier Excel accessible par un double clic de souris sur l'icône :

## 2) Plan d'essai de démonstration de fiabilité

La finalité d'un tel essai est de démontrer le bon fonctionnement de l'équipement pendant une certaine durée, en conditions nominales. Cet essai est accéléré afin de diminuer son coût et sa durée.

Il se déroule en 2 phases, la première a pour objet de caractériser les paramètres des facteurs d'accélération (Ea et t) et la seconde de poursuivre l'essai de démonstration, réalisé dans les conditions pire cas du domaine de qualification, soient 90°C et 12 Grms.



Pour ce faire, trois groupes d'équipements subissent trois essais différents pendant la première phase, l'un dans les conditions pire cas des covariables et les deux autres en condition pire cas pour une seule des covariables (90°C / 2 Grms et 20°C / 12 Grms).

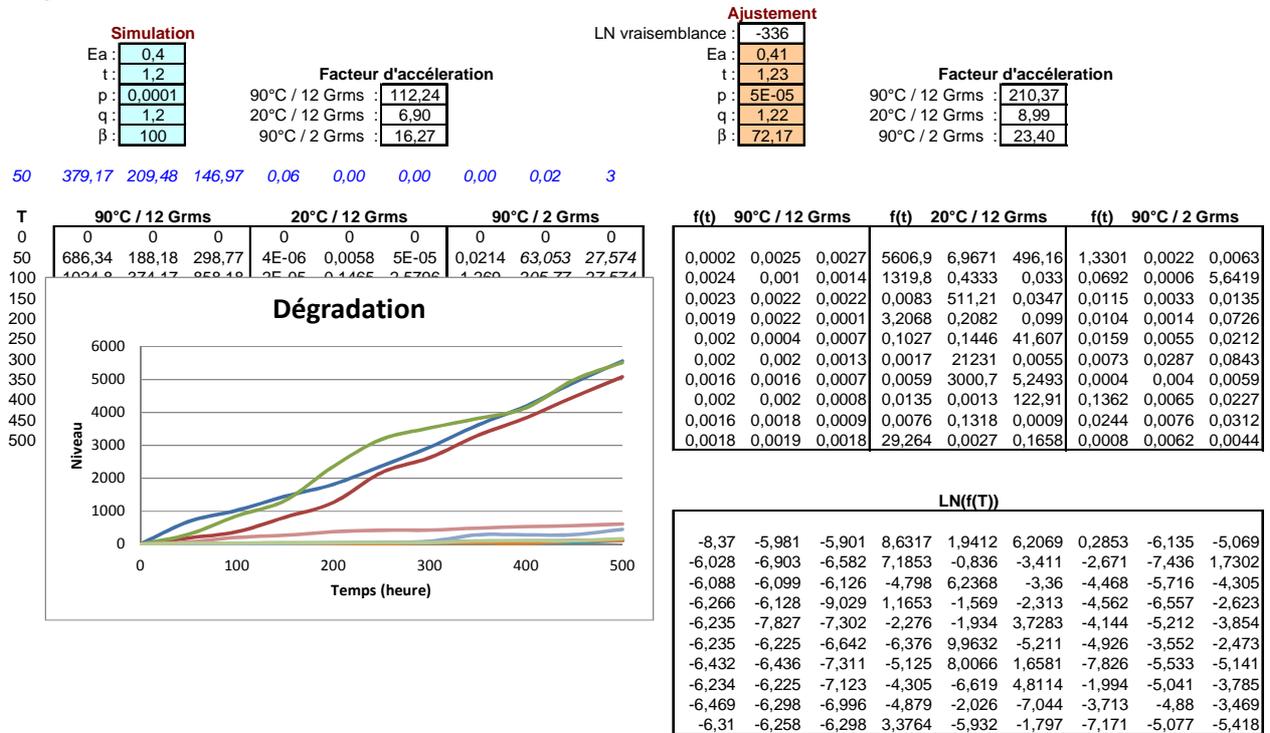
Le nombre d'équipements est équilibré entre les groupes, afin de caractériser aux mieux les paramètres durant la phase 1 en raccourcissant si possible cette dernière, et tous les équipements sont regroupés au début de la phase 2 pour subir l'essai dans les pires conditions, indépendamment des niveaux de dégradation atteints.

Par ailleurs, la première phase doit permettre d'estimer l'aptitude du produit à respecter l'objectif de fiabilité requis et d'évaluer la durée d'essai nécessaire à la démonstration de fiabilité.

### 3) Mise en œuvre de la séquence d'essais à partir de données simulées

Les 9 équipements sont répartis en 3 groupes durant la phase 1 qui est limitée ici à 500 h. L'exemple ci-après reprend les paramètres utilisés préalablement pour générer les données de simulation.

#### Dégradation en phase 1



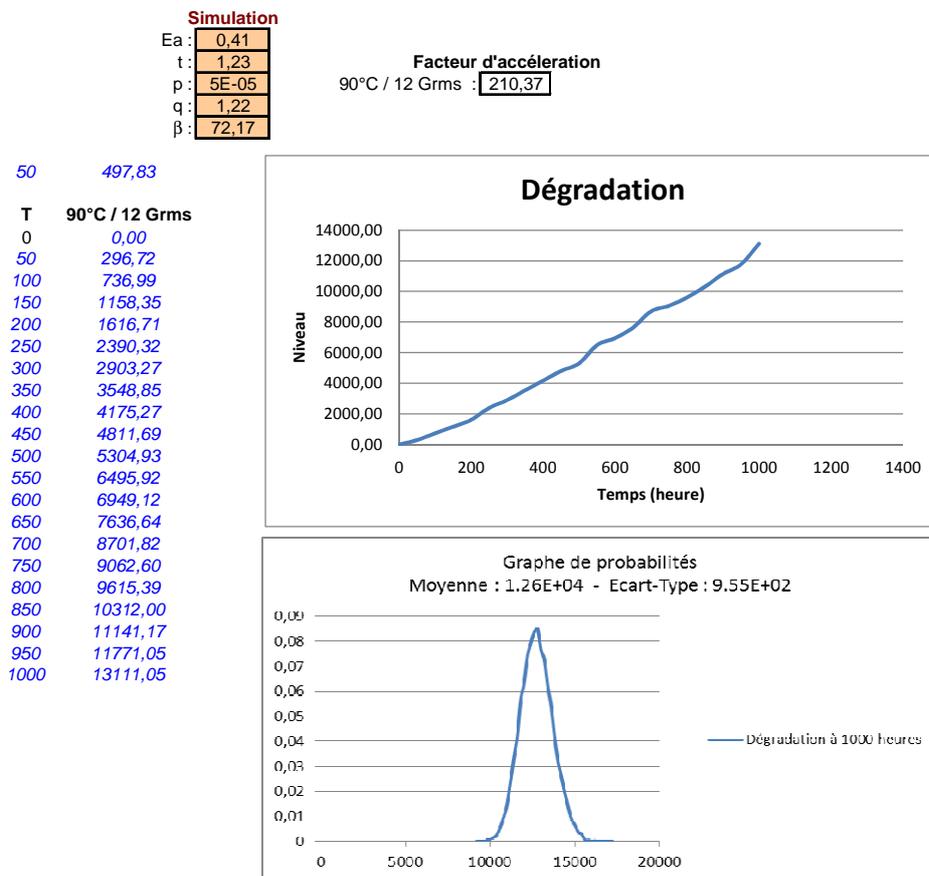
Dégradation phase 1

Au terme de la phase 1, les résultats de l'ajustement nous permettent d'envisager un facteur d'accélération de l'ordre de 200 et donc une durée d'essai de 500 heures pour démonter un MTBF de 100 000 heures.

Cependant, le facteur d'accélération apparait très sensible aux variations des paramètres Ea et t. Aussi pouvons-nous décider de prolonger la durée d'essai jusqu'à 1000 heures par exemple.

Les résultats de l'ajustement nous permettent également de simuler la dégradation d'un équipement à 1000 heures (16000 simulations effectuées au moyen de l'outil Simcab) afin d'appréhender les chances de réussite de l'essai (bonne confiance puisque le niveau de dégradation acceptable est 20 000).

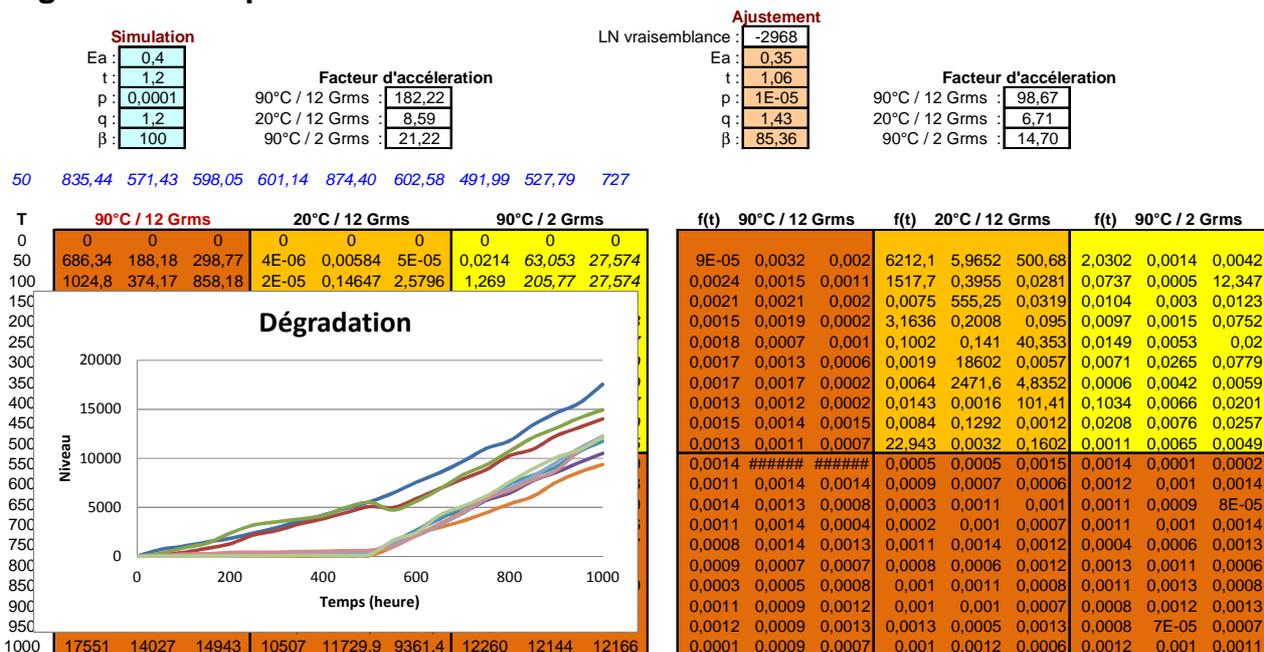
## Simulation de la dégradation d'un équipement à l'issue de la phase 1



Simulation post phase 1

La phase 1 est poursuivie, ci-après, par une phase 2. A partir de l'ensemble des données simulées, un ajustement du modèle est réalisé à nouveau par la méthode du maximum de vraisemblance.

## Dégradation en phase 1 et 2



Dégradation phases  
1 & 2

Au terme de l'ajustement, l'outil Gencab calcule la matrice de variance-covariance et des intervalles de confiance sur les divers paramètres via la matrice de Fischer. Les intervalles ci-dessous ont été ainsi obtenus à 60 % de confiance :

Taux de confiance :

	Min	Max	
Ea :	0,3519	0,3311	0,3726
t :	1,0627	0,9886	1,1369
p :	1E-05	1E-05	1E-05
q :	1,4275	1,3984	1,4565
Bêta :	85,357	76,749	93,966

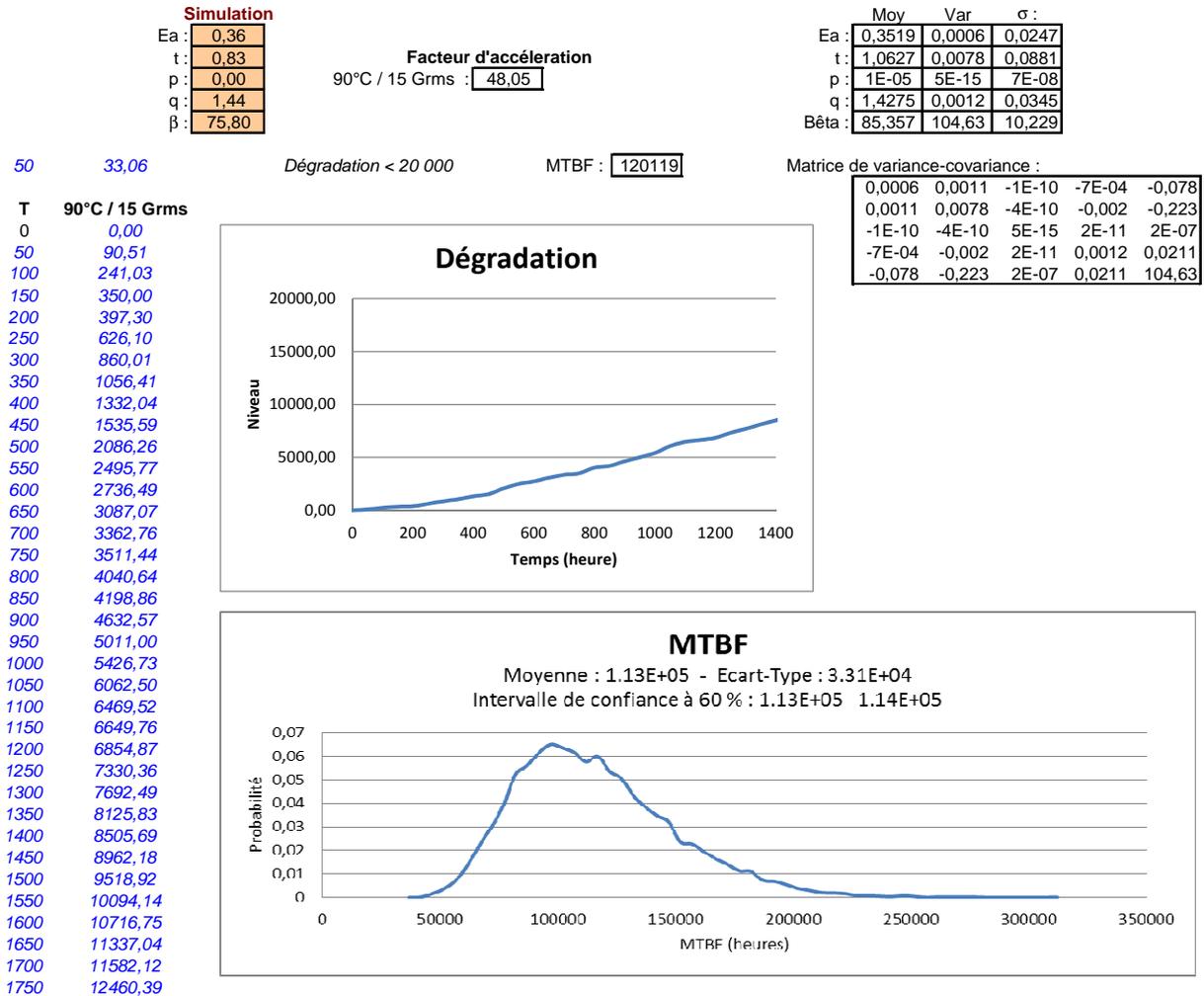
Matrice de Fisher :	170323	38923	8E+08	181881	172,39
	38923	9334,4	2E+08	42468	40,143
	8E+08	2E+08	2E+14	9E+08	532847
	181881	42468	9E+08	196923	185,45
	172,39	40,143	532847	185,45	0,1859

Matrice de variance-covariance :	0,0006	0,0011	-1E-10	-0,0007	-0,0783
	0,0011	0,0078	-4E-10	-0,0025	-0,2232
	-1E-10	-4E-10	5E-15	2E-11	2E-07
	-0,0007	-0,0025	2E-11	0,0012	0,0211
	-0,0783	-0,2232	2E-07	0,0211	104,63

Une nouvelle simulation de la dégradation d'un équipement peut être menée à l'issue de la phase 2 pour estimer plus précisément sa fiabilité. Ainsi l'exemple ci-dessous estime le MTBF dans le cas d'un niveau de dégradation acceptable jusqu'à 20 000.

Les 5 paramètres du modèle sont simulés avec les valeurs moyennes et les variances obtenues à l'issue de la phase 2, en considérant des lois normales, afin d'améliorer la qualité des résultats.

## Simulation de la dégradation d'un équipement à l'issue de la phase 2



Simulation post phase 2

Le MTTBF de 100000 heures est respecté dans cet exemple.

Remarque : similaire au modèle Standard de Vie Accélérée, le modèle de dégradation considéré dans cet exemple n'est évidemment pas remis en cause puisque les données sont simulées à partir de celui-ci. La précision des paramètres serait probablement moins bonne dans un cas d'essai réel.