



TP N° 74

L'optimisation en Sûreté de fonctionnement

L'objet de ce TP est de montrer l'apport d'un outil d'optimisation en Sûreté de Fonctionnement et la simplicité de son usage. Il traite de la plupart des cas représentatifs du domaine.

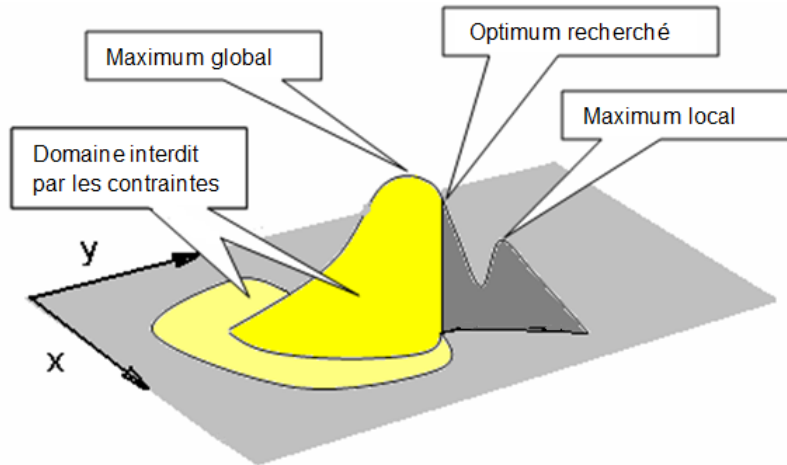
Ce TP reprend des exemples traités dans l'ouvrage « Sûreté de Fonctionnement & optimisation des systèmes » de la collection « La fiabilité en pratique ».

1 - Présenter l'optimisation

2 - Proposer des cas d'usage représentatifs du domaine de la Sûreté de Fonctionnement relatifs :

- **à l'exploitation d'un REX,**
- **au traitement de données hétérogènes,**
- **au dimensionnement d'un essai de fiabilité,**
- **au dimensionnement d'un stock de rechanges,**
- **au calcul de la périodicité d'une maintenance,**
- **au choix d'une architecture de système et de son soutien logistique,**
- **à la recherche de la configuration optimale d'un système faisant l'objet d'une simulation comportementale de type Monte-Carlo.**

I – L'optimisation



L'optimisation consiste à rechercher le maximum ou le minimum d'une fonction dont les variables peuvent être soumises à des contraintes qui limitent leur domaine de variation.

Les variables peuvent être de divers types (réel, entier, binaire, alphanumérique, etc.).

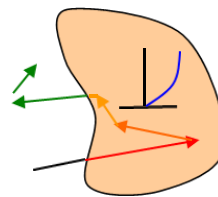
La fonction peut avoir plusieurs optima locaux et un optimum global.

Outre la fonction de performance $f(x,y,...)$ à optimiser, les différentes contraintes s'expriment par autant d'inégalités de la forme $C_i(x,y,...) \geq 0$.

Au cours de l'optimisation, ces contraintes sont agrégées à la fonction de performance par l'emploi d'une forte pénalité en cas de violation des contraintes :

$$f = f(x,y,...) \pm P \times \sum \Delta C_i^2$$

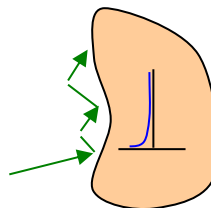
avec P grand et ΔC_i la profondeur de violation de l'une des contraintes



Cette agrégation peut également résulter d'une fonction barrière qui pénalise très fortement la performance lorsqu'on s'approche d'une distance δC_i de la frontière délimitée par les contraintes, afin de rester à l'intérieur de l'ensemble des solutions réalisables :

$$f = f(x,y,...) \pm -\ln(\min(\delta C_i))$$

Par exemple



Un grand nombre de méthodes d'optimisation existe, chacune plus ou moins efficace au traitement de certains types de problème : optimisation linéaire, combinatoire (voyageur de commerce, sac à dos...), recherche locale (gradient, simplexe...), globale, etc.

Parmi celles-ci, les méthodes évolutionnaires (algorithmes génétiques, recuit simulé, etc.) sont tout particulièrement bien adaptées aux problématiques industrielles de type boîte noire dont seul le résultat de la fonction de performance est accessible.

Par une recherche aléatoire, ces méthodes tentent de trouver la configuration de paramètres multiples donnant la meilleure solution sans jamais cependant garantir que l'optimum global a bien été identifié.

Relativement efficaces mais lentes à converger, elles peuvent être considérablement accélérées en étant associées à une méthode locale et devenir ainsi une méthode hybride telle que celle mise en œuvre dans l'outil Gencab (couplage entre algorithmes génétiques et simplexe).

L'utilisateur n'a aucunement besoin de connaître le fonctionnement de ces algorithmes mais doit seulement formaliser son problème au préalable sous la forme d'une fonction de performance, correspondant au critère d'optimisation, et d'éventuelles inégalités, correspondants chacune à une contrainte.

Cet ensemble de critère et de contrainte peut par exemple concerner le maximum de disponibilité d'un système dans une enveloppe de coût ou le coût minimum permettant que celui-ci dépasse un objectif spécifié.

Avant de converger, l'optimisation nécessite d'évaluer un grand nombre de fois la fonction de performance pour différentes configurations de paramètres. Aussi, est-il préférable de privilégier des méthodes d'évaluation rapides (traitements analytiques ou markoviens) par rapport à des techniques plus lentes (simulation de Monte-Carlo).

La simulation étant parfois incontournable, un algorithme efficace de couplage entre simulation et optimisation a cependant été développé pour pouvoir effectuer ce type de traitement dans un temps raisonnable (moins de 24 heures). Interfaçant les outils Gencab et Simcab, celui-ci permet de réduire par 30 environ le temps de calcul quand chacune des évaluations résulte de 2000 simulations de Monte-Carlo.

2 - Cas représentatifs d'applications en Sûreté de Fonctionnement

Représentatifs et relativement simples à des fins didactiques, les exemples suivants peuvent être complexifiés à loisir et les fonctions de coût adaptées aux situations rencontrées.

2.1 - Exploitation d'un REX

L'exemple, ci-après, porte sur l'estimation de la probabilité de défaillance d'un équipement à partir de données de retour d'expérience obtenues sur des équipements de même type dans des conditions similaires.

L'optimisation permet ici de résoudre l'équation donnant la borne supérieure de l'intervalle de confiance unilatéral de la loi binomiale.

Paramètre p de la loi binomiale

Nombre de pannes (p) :

Nombre d'équipements (n) :

Niveau de confiance (β) :

$\sum_{k=0}^m C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$:

α (1-β) :

ε² :

↓

Probabilité de défaillance (p) :

Nb pannes	$C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$
0	0,001542994
1	0,010357452
2	0,034376289
3	0,075208417
4	0,12200335
5	0,156511498
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0

$$\sum_{k=0}^m C_n^k p^k (1-p)^{n-k} = \alpha$$

Borne supérieure de l'intervalle de confiance unilatéral



Feuille de calcul
Microsoft Excel

2.2 – Exploitation d'un REX hétérogène

L'exemple, ci-dessous, porte sur l'estimation de la fiabilité d'un mécanisme à partir de données obtenues dans différentes conditions de stress en température et vibration.

REX hétérogène en température et vibration

Simulation

β _i	σ _i	Ea _i	p _i
2,5	2000	0,5	3
65,77	9,76608	1,98358	Non

Estimation

β	σ	Ea	p
2,31599	2383,85	0,5147	2,96299

Ln vraisemblance :

Ref.

Ref.	T°C	Grms	X	Censure	Fa	L(X)	ln(L(X))
1	70,3981	5,88265	4,25854	Non	346,027	0,12856	-2,0514
2	4,96004	8,78794	60,0307	Non	18,9312	0,0058	-5,1506
3	80,3759	4,57999	11,5643	Non	269,343	0,05805	-2,8465
4	24,0948	8,71919	21,062	Non	73,8153	0,02818	-3,5692
5	42,5115	5,38014	36,3345	Non	57,086	0,02238	-3,7997
6	53,1479	2,71345	74,2298	Non	13,9267	0,0039	-5,5468
7	31,3952	1,5724	1058,84	Oui	0,74706	1	0
8	57,2994	3,5518	17,4336	Non	38,9289	0,00686	-4,9827
9	44,5894	5,065	39,8164	Non	54,032	0,02085	-3,8706
10	18,1562	0,72789	65164,9	Oui	0,03124	1	0
11	66,5524	2,18898	139,412	Non	15,1862	0,0059	-5,1321
12	66,3489	6,21584	7,87697	Non	331,028	0,10569	-2,2472
13	71,4843	9,86982	1,39462	Non	1693,63	0,61079	-0,493
14	27,9859	0,15558	2898522	Oui	0,00063	1	0
15	55,5848	7,32724	2,38715	Non	302,777	0,05743	-2,8572
16	6,49049	8,96617	176,645	Non	22,6005	0,00159	-6,4411
17	70,9282	6,43607	4,49377	Non	463,928	0,18151	-1,7064
18	91,1274	4,16499	9,2969	Non	334,837	0,07229	-2,6271
19	55,7987	3,28415	138,789	Non	28,419	0,00216	-6,1367
20	22,4313	4,16993	221,017	Non	7,40966	0,00289	-5,8471

Weibull + Arrhenius + Basquin

Taux de confiance :

	Min	Max	
β :	2,31599	2,1482	2,48379
σ :	2383,85	2036,66	2731,04
Ea :	0,5147	0,5001	0,52931
p :	2,96299	2,85079	3,07519

Matrice de Fisher :

5,76028	-0,0031	13,564	7,06856
-0,0031	1,6E-05	-0,1158	-0,0369
13,564	-0,1158	1822,75	195,508
7,06856	-0,0369	195,508	101,452

Variance-covariance :

0,19772	81,7328	0,00253	0,0111
81,7328	846504	26,1181	252,07
0,00253	26,1181	0,0015	0,00644
0,0111	252,07	0,00644	0,08841



Feuille de calcul
Microsoft Excel

Constitué d'une loi de Weibull couplée aux lois d'accélération d'Arrhenius et de Basquin, le modèle de fiabilité est ajusté à partir de données partiellement censurées par la méthode du maximum de vraisemblance.

Cette dernière a pour expression :

$$L(\theta) = \Pi f(t_j, \theta) \times \Pi R(t_k, \theta)$$

ou $\ln(L(\theta)) = \Sigma \ln(f(t_j, \theta)) + \Sigma \ln(R(t_k, \theta))$ pour la logvraisemblance

avec $f(t_j, \theta)$ la densité de probabilité donnée par le modèle pour les données non censurées et $R(t_k, \theta)$ la fiabilité donnée par le modèle pour les données censurées à droite.

La fiabilité et la densité de probabilité de la loi de Weibull ont respectivement pour expression :

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\sigma}\right)^\beta} \quad \text{et} \quad f(t) = \frac{\beta}{\sigma} \left(\frac{t}{\sigma}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\sigma}\right)^\beta}$$

Celles du modèle global accéléré ont pour expression :

$$R(t) = R_{\text{Weibull}}(AF \times t) \quad \text{et} \quad f(t) = AF \times f_{\text{Weibull}}(AF \times t)$$

avec pour facteur d'accélération (Arrhenius \times Basquin) :

$$AF = \text{EXP}\left(\left(\frac{Ea}{K}\right) \times \left(\left(\frac{1}{T^\circ k_{\text{ref}}}\right) - \left(\frac{1}{T^\circ k}\right)\right)\right) \times \left(\frac{\text{Vibration}}{V_{\text{ref}}}\right)^p$$

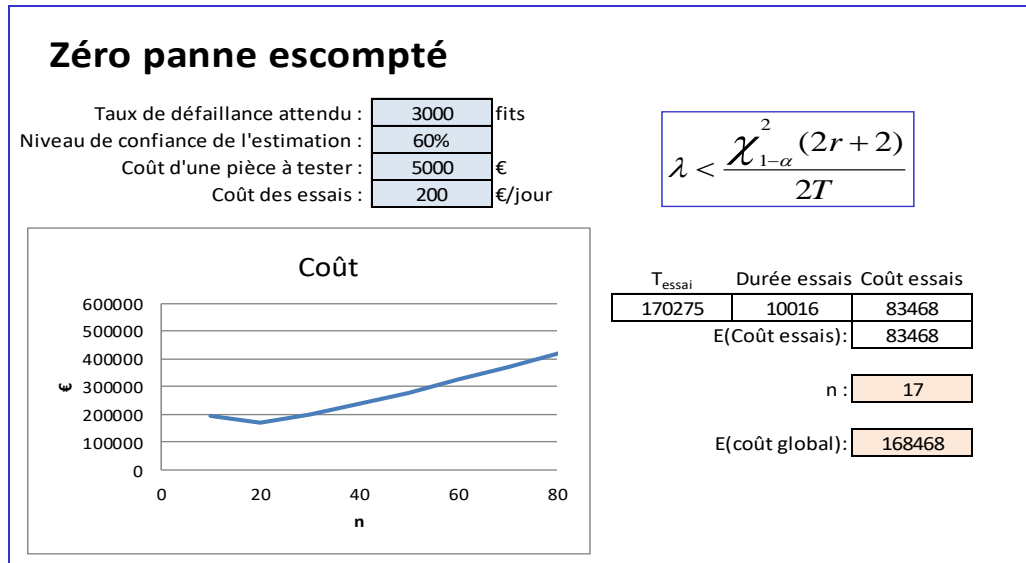
Les données ayant été préalablement simulées dans cet exemple, la valeur de chacun des 4 paramètres (β , σ , Ea , p) utilisée pour la simulation est pratiquement retrouvée par l'ajustement.

Par ailleurs, un intervalle de confiance a été ici calculé pour chacun des paramètres du modèle (et pourrait l'être pour l'un de ses quantiles) par une méthode de calcul numérique de la matrice de Fischer mise en œuvre dans l'outil Gencab.

Outre la représentativité du modèle probabiliste choisi pour décrire le phénomène analysé, il est facile de comparer la qualité des ajustements réalisés par différents outils. En effet, le meilleur est celui qui maximise le plus la vraisemblance.

2.3 – Dimensionnement d'un essai de fiabilité

L'exemple ci-dessous porte sur l'optimisation du nombre de pièces utilisées au cours d'un essai pour démontrer un objectif de fiabilité selon un critère de coût.

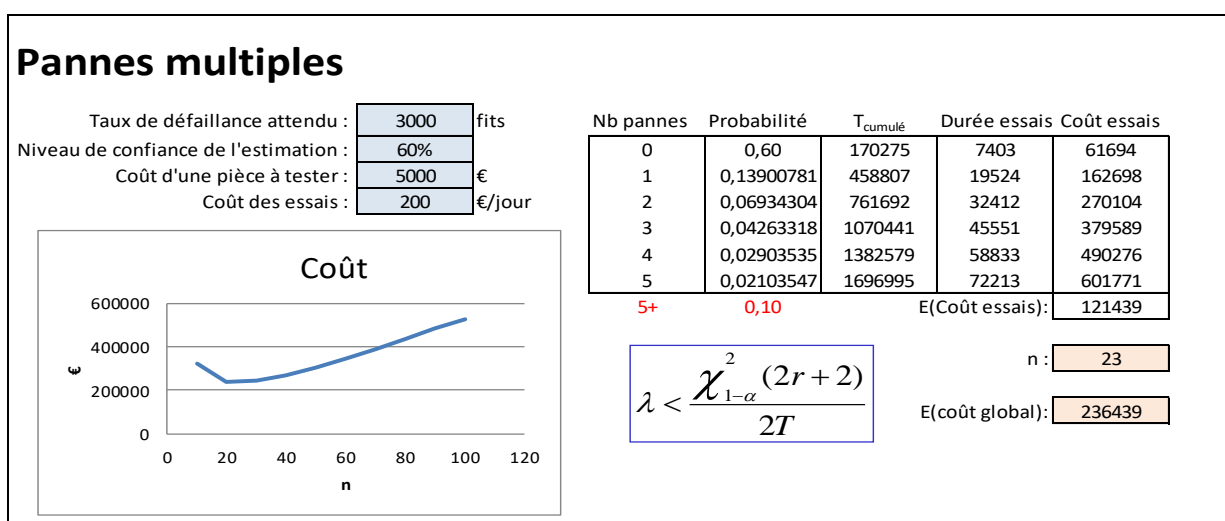


Feuille de calcul
Microsoft Excel

Les éléments testés ayant un taux de panne constant (électronique), la borne supérieure de l'intervalle de confiance est estimée par la loi du χ^2 .

Même si aucune panne n'est attendue au cours de l'essai, le risque d'en avoir au moins une est de 40% si les pièces sont juste conformes à leur objectif de fiabilité.

Aussi, cet exemple peut être complété pour prendre en compte une éventuelle prolongation de la durée d'essai en cas d'une ou plusieurs pannes comme indiqué ci-dessous.



Feuille de calcul
Microsoft Excel

2.4 - Dimensionnement d'un stock de rechanges

L'exemple ci-dessous porte sur l'optimisation selon un critère de coût du nombre d'équipements de rechange d'un système contraint par un objectif de disponibilité.

Type	Nb	MTBF (hr)	MDT (hr)	TAT (hr)	Stock	P _{rupture}	Disponibilité	Coût (€)	Coût stock	
Capteur	20	500000	100	4320	2	0,000756	0,995886	150	300	
Calculateur	6	20000	50	720	1	0,020226	0,980999	850	850	
Actuateur	4	35000	100	6480	3	0,006983	0,983671	750	2250	
							0,961010712		3400	
							≥			↓
Objectif :								96%		



Feuille de calcul
Microsoft Excel

La disponibilité moyenne par type d'équipement est ici estimée par la formule approchée :

$$D = \text{MUT} / (\text{MUT} + \text{MDT} + P_{\text{rupture}} \times \text{TAT}) \text{ avec}$$

MUT (Mean Up Time) : Durée moyenne de bon fonctionnement.

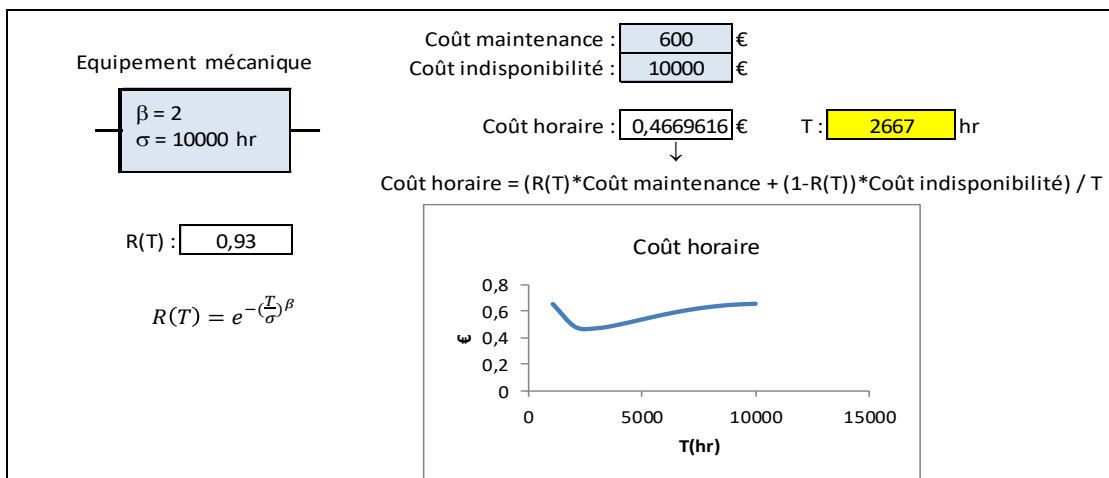
MDT (Mean Down Time) : Durée moyenne d'indisponibilité (détection, réparation plus remise en service).

TAT (Turn Around Time) : durée de retour usine ou de réapprovisionnement.

Rupture : Probabilité de rupture du stock de rechange calculée au moyen de la loi de Poisson (nombre de pannes supérieur au nombre d'équipements du stock pendant la durée de réapprovisionnement).

2.5 – Périodicité d'une maintenance

L'exemple, ci-dessous, porte sur l'optimisation de la période de maintenance d'un équipement mécanique selon un critère de coût.





Feuille de calcul
Microsoft Excel

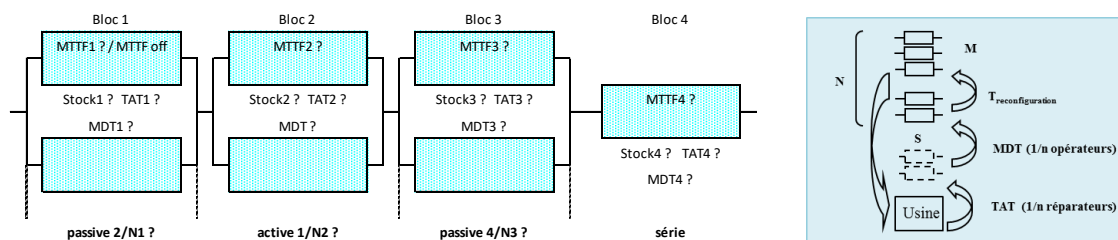
2.6 - Optimisation d'architecture et de soutien logistique

L'exemple, ci-dessous, porte sur l'optimisation selon un critère de coût de l'architecture et du soutien logistique d'un système contraint par un objectif de disponibilité.

ELEMENTS	MTTF ON (heure)	Nb	Type de redondance	MTTF OFF (heure)	Taux d'utilisation (%)	Durée de reconfig. (heure)	MDT (heure)	Nombre d'opérateurs (1 ou n)	Stock de rechanges	TAT (heure)	Nombre de réparateurs (1 ou n)	Disponibilité à t infini	Coût (€)
Bloc 1	3836		passive 2/3	115079		50	102		2	504		0,9682	113147
Bloc 2	2936		active 1/3				409		3	526		0,9862	100645
Bloc 3	4479		passive 4/6				163		3	511		0,9882	150666
Bloc 4	6709		série				101		1	683		0,9752	83639
§ ENSEMBLE												0,9201	448098
												≥	↓
												Objectif :	0,92



Feuille de calcul
Microsoft Excel



L'évaluation de la disponibilité des différents blocs est ici réalisée par traitement markovien au moyen d'une formule de redondances avec stock de rechanges (outil Supercab).

L'optimisation porte simultanément sur 19 paramètres (en bleu) relatifs aux MTTF (niveau de qualité des composants), aux nombres d'éléments en redondance, aux MDT (opérateurs présents en permanence ou seulement aux heures ouvrables), à la dimension des stocks de rechanges, aux TAT (choix des contrats de maintenance) qui ont tous un impact sur la disponibilité et le coût du système.

2.7 - Optimisation au moyen d'un simulateur comportemental

L'exemple, ci-après, porte sur un simulateur de déploiement et de renouvellement de constellation de satellites dont la complexité impose l'emploi exclusif de la simulation de Monte-Carlo.

Il peut se coupler à un outil d'optimisation, afin de déterminer la configuration optimale en termes de fiabilité et durée de vie des satellites, type de lanceur, stratégie de déploiement et de renouvellement, etc.

SIMULATEUR DE CONSTELLATIONS DE SATELLITES

Initialisation Pas à pas Simulation

TO: 0 TI: 4,7025 TTF: 4,7075 deltaT: 0,005

Lanceur		
Nb lancements	1	1
Nb satellites	15	15
Déploiement	VRAI	FAUX

MISSION & STRATEGIE

Délai pendant déploiement: 0,25
 CU redondée: VRAI
 Nb sat mission (besoin): 6
 Nb sat min (critère lancement): 7
 Durée renouvellement (ans): 25
 Nombre lanceurs max: 1000
 Anticipation: VRAI

PARAMETRES LANCEUR

Choix du lanceur: Véga
 Taux réussite: 0,98
 Délai réservation: 0,25
 Capacité: 8

Liste

- Soyouz
- Véga
- Véga
- Véga
- Véga
- Véga
- Véga
- Véga
- Véga
- Véga
- Véga
- Véga
- Véga
- Véga
- Véga

SAT	Usure	1,3837	1,3786
SAT1	Défaillance	10,226	10,221
	Satellite	1	1,3837
SAT2	Usure		
	Défaillance		
	Satellite	0	0
SAT3	Usure	0,5631	0,558
	Défaillance	2,1038	2,0987
	Satellite	1	0,5631
SAT4	Usure	1,1771	1,172
	Défaillance	9,0734	9,0683
	Satellite	1	1,1771
SAT5	Usure	0,5353	0,5302
	Défaillance	1,297	1,2919
	Satellite	1	0,5353
SAT6	Usure	0,7137	0,7086
	Défaillance	5,2687	5,2636
	Satellite	1	0,7137
SAT7	Usure		
	Défaillance		
	Satellite	0	0

TABLE D'AFFECTATION

Sat	Etat	Affectation	Durées
1	1	FAUX	1,38369
2	0	FAUX	
3	1	FAUX	0,56308
4	1	FAUX	1,17708
5	1	FAUX	0,53529
6	1	FAUX	0,71368
7	0	FAUX	
8	1	FAUX	0,12089
9	1	FAUX	0,62242
10	1	FAUX	0,2082
11	1	FAUX	0,0837
12	0	FAUX	
13	1	FAUX	0,79932
14	1	FAUX	0,00505
15	1	FAUX	0,52031
16	0	FAUX	
17	0	FAUX	
18	0	FAUX	
19	0	FAUX	
20	0	FAUX	
21	0	FAUX	
22	0	FAUX	
23	0	FAUX	
24	0	FAUX	
25	0	FAUX	
26	0	FAUX	
27	0	FAUX	
28	0	FAUX	
29	0	FAUX	

DECISION LANCEMENT

Nombre satellites ok: 12
 Fin renouvellement: FAUX
 Décision lancement: FAUX
 Pendant déploiement:
 Sans anticipation:
 Anticipation:
 Prochain lancement:

Nombre de satellites opérationnels

	moyenne	écart-type	Quantile 90%
Nb satellites consommés	51,56	4,66	56
Nb lanceurs consommés	6,45	0,58	7
Nb satellites ok (1 à 20 ans)	8,45	0,39	7,97597
Disponibilité nominal (1 à 20 ans)	0,98	0,01	0,97

Une telle configuration peut être obtenue après un temps de calcul non rédhibitoire, d'une journée environ au lieu d'un mois, grâce à un couplage optimisé entre la simulation de Monte-Carlo et l'optimisation (outil Gencab et Simcab).