



TP N° 75

Du modèle de dégradation au modèle de fiabilité

L'objet de ce TP est de montrer comment passer d'un modèle de dégradation à un modèle de fiabilité.

Ce TP reprend des éléments traités dans les ouvrages « Mise en œuvre des essais accélérés » et « Sûreté de Fonctionnement & optimisation des systèmes » de la collection « La fiabilité en pratique ».

- 1 – Expliquer la différence entre un modèle de fiabilité et un modèle dégradation**

- 2 – Montrer comment passer d'un modèle de dégradation à un modèle de fiabilité**

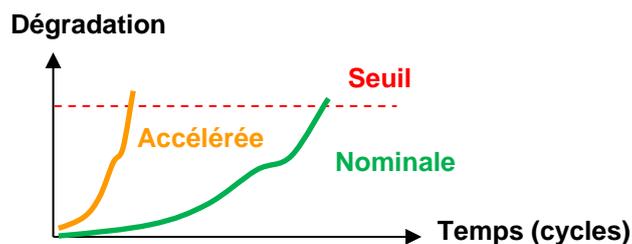
I – Modèle de fiabilité et de dégradation

Un modèle de fiabilité est une fonction statistique donnant la probabilité de fonctionnement d'un produit après une certaine durée ou un nombre de cycles. Le modèle est de type paramétrique, s'il fait appel à une loi de probabilité caractérisée par des valeurs de paramètres (exponentielle, Weibull, lognormale, etc.), ou non paramétrique dans le cas contraire (Kaplan Meier).

En observant le fonctionnement d'une flotte d'un même type de produit, ce modèle est ajusté à partir de données non censurées (durées avant défaillance), de données censurées à droite (sans défaillance durant toute la période d'observation) ou de données censurées à gauche (durées avant défaillance de produits fonctionnant avant le début de la période d'observation).

Mais, l'observabilité directe ou indirecte de l'état de dégradation d'un produit en fonctionnement, en ligne et/ou en essai, permet d'acquérir beaucoup plus d'informations sur les phénomènes d'usure que celle des seules durées de fonctionnement avant défaillance.

Un modèle de trajectoire d'usure, en fonction du temps ou du nombre de sollicitations, peut être alors établi et ajusté par la méthode du maximum de vraisemblance à partir de l'ensemble des mesures de dégradation acquises dans diverses conditions de stress sur la totalité des produits.



Modèle de dégradation

Les modèles de dégradation continue sont généralement fondés sur la famille des processus de Lévy¹ à accroissements indépendants et stationnaires (chaque accroissement ne dépend que de l'intervalle de temps), dont le processus gamma, le processus de Wiener et le processus de Poisson composé. Le premier permet de modéliser une dégradation monotone croissante ou décroissante, le second une dégradation non monotone présentant des phases de rémission passagères et le troisième une dégradation résultant d'une accumulation de chocs à des moments aléatoires.

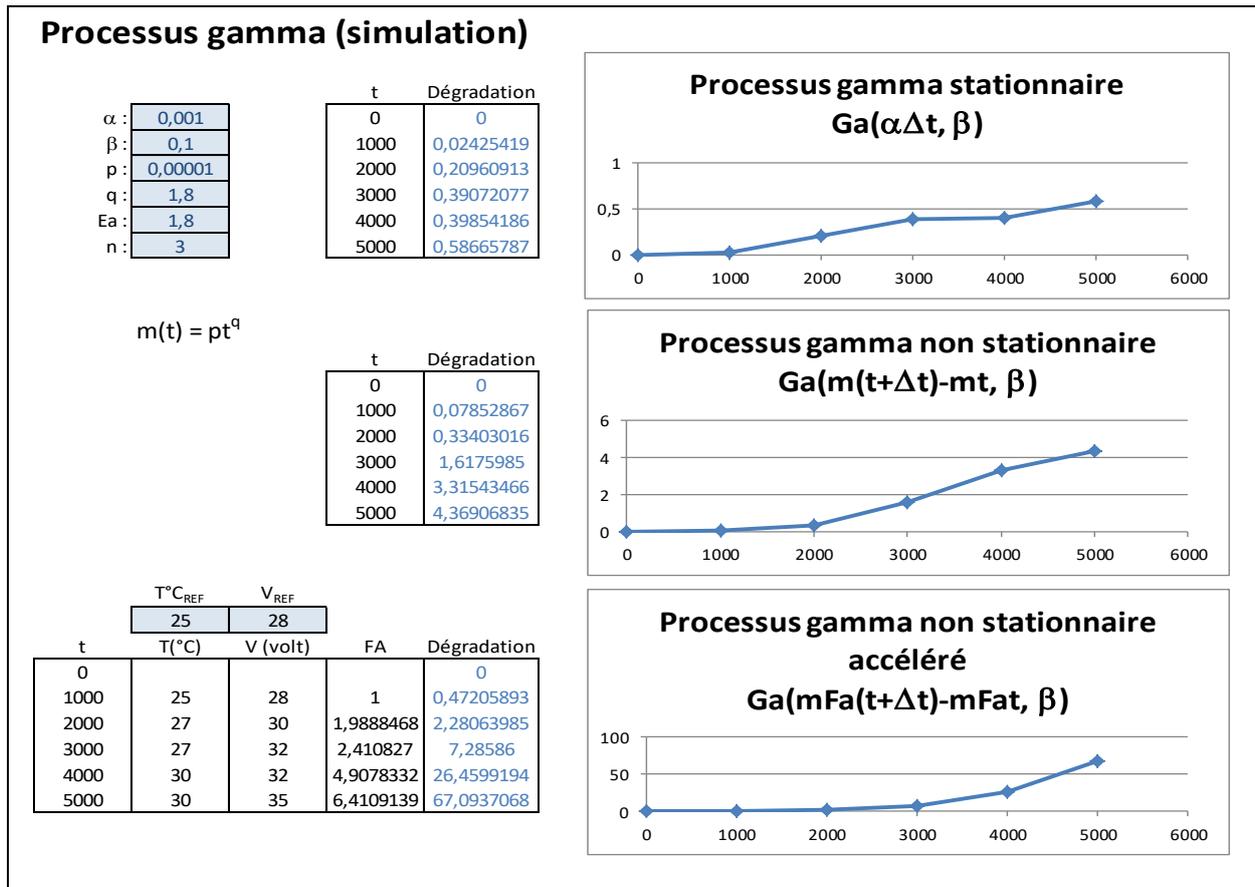
Les modèles classiques d'accélération de type SVA (Standard de Vie Accélérée), tels que les lois d'Arrhenius, de Norris Landzberg, de Peck, de Basquin, d'Eyring..., peuvent être utilisés en faisant l'hypothèse que seul le facteur d'échelle de la loi de dégradation est modifié et non sa forme.

Dans la majorité des cas, la dégradation est monotone et peut donc se modéliser par un processus Gamma. L'augmentation du niveau de dégradation entre deux instants t et $t+\Delta t$ est alors une variable aléatoire modélisée par une loi Gamma de paramètres $\alpha\Delta t$ et β :

$$Z(0) = 0 \quad Z(t+\Delta t) - Z(t) \approx \text{Gamma}(\alpha\Delta t, \beta)$$

¹ Paul Lévy, mathématicien français (1886 -1971).

La dégradation croît alors à peu près uniformément de manière plus ou moins bruitée comme le montre la figure suivante.



Feuille de calcul
Microsoft Excel

Ouverture du fichier par double clic sur l'icône :

Ce modèle peut être rendu non stationnaire au moyen d'une fonction croissante, telle qu'une fonction puissance, de la manière suivante :

$$m(t) = p t^q \text{ avec } p \text{ et } q > 0$$

$$\text{Gamma}(\alpha\Delta t, \beta) \rightarrow \text{Gamma}(m(t+\Delta t)-m(t), \beta)$$

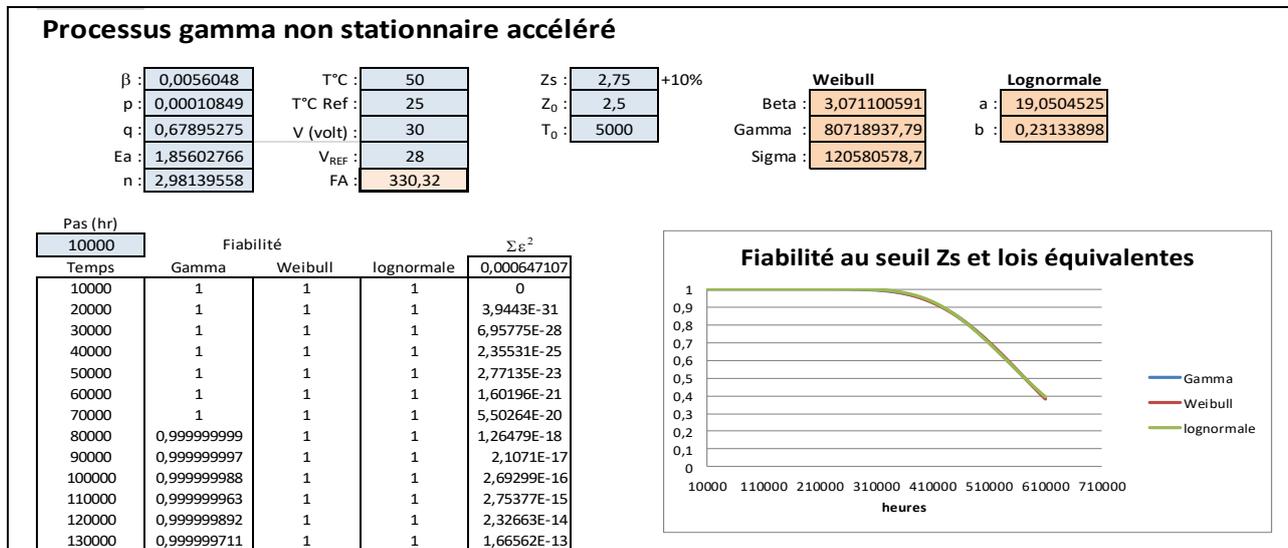
Il peut être accéléré de la manière suivante :

$$\text{Gamma}(\alpha\Delta t, \beta) \rightarrow \text{Gamma}(m(FA \times (t+\Delta t))-m(FA \times t), \beta)$$

Avec Fa , un facteur d'accélération tel que la loi d'Eyring dans cet exemple à contraintes échelonnées.

2 – Passage d'un modèle de dégradation à un modèle de fiabilité

Si un seuil limite d'acceptabilité peut être fixé, le modèle de dégradation se transforme en modèle de fiabilité comme le montre la figure suivante.



Feuille de calcul
Microsoft Excel

Ouverture du fichier par double clic sur l'icône :

La fiabilité correspond à la loi du premier temps de franchissement d'un seuil z_s qui a ici pour fonction de répartition :

$$F_s(t) = P(Z(t) \geq z_s - z_0) = 1 - R(t)$$

$$Z(t) : \text{loi Gamma } ((t) - (t_0), \beta) \text{ ou } ((Fa t) - (Fa t_0), \beta) \text{ cas accéléré}$$

Une loi de Weibull équivalente ou une loi log-normale peut être alors obtenue par la méthode des moindres carrés afin de simplifier les évaluations au niveau supérieur.

Dans le cas d'un processus de Wiener ou d'un processus de Poisson composé, la loi du premier temps de franchissement d'un seuil z_s n'a pas d'expression analytique mais la courbe de fiabilité peut s'obtenir par simulation de Monte-Carlo.