



TP N° 76

Modèles explicatifs et descriptifs en mécanique

L'objet de ce TP est de modéliser des phénomènes de dégradation mécanique par des modèles explicatifs, fondés sur la physique des phénomènes, ou descriptifs basés sur des observations. Il propose d'estimer la fiabilité d'un embrayage comme cas d'application.

Ce TP reprend des éléments traités dans les ouvrages « Mise en œuvre des essais accélérés » et « La fiabilité en pratique » de la collection « La fiabilité en pratique ».

Il est disponible au format Word avec les fichiers de calculs Excel incrustés dans la boutique en ligne de Cab Innovation.

1 – Comment estimer la fiabilité en mécanique ?

2 – Décrire les principaux phénomènes de dégradation en mécanique

3 – Présenter quelques modèles physiques de dégradation en mécanique

4 – Présenter des modèles descriptifs de dégradation

5 – Estimer la durée de vie d'un embrayage

La fiabilité d'un embrayage est principalement conditionnée par sa rondelle de frottement dont l'épaisseur a été mesurée en clientèle sur plusieurs véhicules de kilométrages différents :

Km	2745	11113	23418	50794	59210	79790	102719	114223	123306	138927	146448	157637
Epaisseur	98,44%	99,51%	98,92%	85,65%	89,87%	86,28%	69,69%	52,89%	46,57%	39,02%	29,13%	24,68%

L'embrayage n'est plus considéré opérationnel quand l'épaisseur de la rondelle est réduite de plus de 80 %.

1 – Fiabilité en mécanique

Pour maîtriser la fiabilité d'un système mécanique, il faut d'abord connaître les phénomènes de dégradation auxquels il est soumis et pouvoir en caractériser les effets (profondeur de défaut, propagation de fissure, perte de masse ...).

Il faut ensuite savoir comment ces derniers évoluent et les modéliser au moyen d'un modèle explicatif, fondé sur la physique des phénomènes, ou descriptif, basé sur des observations.

Comme l'illustre la figure 1, l'estimation de la durée de vie consiste alors à identifier le moment où la courbe de dégradation atteint un seuil à partir duquel le fonctionnement du système n'est plus assuré.

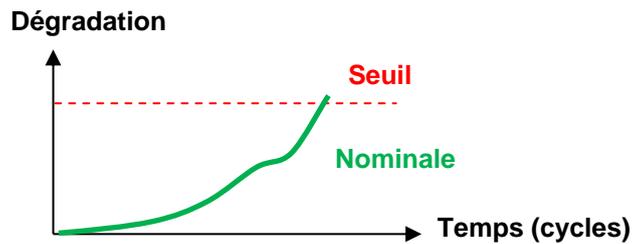


Figure 1 - Modèle de dégradation

La dégradation peut résulter de plusieurs phénomènes au cours du temps, ou de cycles d'utilisation, tels qu'une phase d'amorçage suivie d'une dégradation progressive.

2 – Phénomènes de dégradation en mécanique

Les phénomènes de dégradation sont multiples en mécanique.

- L'usure désigne la dégradation des couches superficielles d'un solide (perte de matière, de forme, ou modification de la structure) sous l'action mécanique du milieu extérieur. Elle peut être engendrée par des phénomènes de laminage (criques générées en surface par des sollicitations périodiques), de corrosion (oxydation), d'adhérence (détachement de fragments de matière) ou d'abrasion (arrachement de matière).
- La fatigue désigne l'endommagement local d'une pièce sous l'effet d'efforts variables, bien inférieure à la limite d'élasticité du matériau, dont la répétition peut engendrer la rupture. Celle-ci intervient après un phénomène d'amorçage puis de propagation de fissures.
- Le fluage est une déformation irréversible d'un matériau soumis à une contrainte pendant une certaine durée.
- La relaxation caractérise la décroissance en fonction du temps de la contrainte appliquée à un matériau soumis à une déformation constante.
- La corrosion désigne l'altération d'un matériau par oxydation.

3 – Modèles physique de dégradation en mécanique

Les lois décrivant l'usure sont relativement peu fiables et imprécises, tels que la loi d'Archard (1953) de la forme :

$$U = k Q d / H$$

avec U le volume usé, k un coefficient d'usure dépendant des matériaux en contact, de la lubrification et de l'environnement, Q la charge au contact, d la distance parcourue et H la dureté du corps le plus tendre.

La loi de PARIS (1963) est la plus utilisés pour décrire les propagations de fissure. La vitesse de propagation de fissure da/dN s'exprime en fonction de la variation de charge ΔK et de 2 paramètres C et m caractérisant les matériaux :

$$da/dN = C(\Delta K)^m$$

La loi de Norton (1929) décrit le phénomène de fluage quand sa vitesse est pratiquement constante après une phase dite primaire. La déformation ε dépend de la contrainte σ et des coefficients λ et n caractérisant le matériau et la température :

$$\varepsilon(t) = (\sigma/\lambda)^n (t - t_p) + \varepsilon_p$$

La loi de Gittus (1978), à 2 paramètres k et p, décrit l'évolution de la contrainte au cours de la relaxation :

$$\sigma(t) = \sigma_\infty + (\sigma_0 - \sigma_\infty)\exp(-kt^p)$$

A partir de l'initiation, la profondeur d'usure par corrosion au temps t est donnée par une équation de la forme :

$$D(t) = C t^n$$

Avec C et n des coefficients dépendant du matériau et de l'environnement.

4 – Modèles descriptif de dégradation

De nature probabiliste, ces modèles ne cherchent plus à expliquer les phénomènes mais seulement à représenter au mieux leurs effets. Ils sont ajustés à partir d'observations, issues d'un retour d'expérience opérationnelle (REX) ou d'essais (plan d'expériences), couvrant, si possible, toute la plage de fonctionnement car l'extrapolation est alors hasardeuse.

Les modèles de dégradation continue sont généralement fondés sur la famille des processus de Lévy¹ à accroissements indépendants et stationnaires (chaque accroissement ne dépend que de l'intervalle de temps), dont le processus gamma, le processus de Wiener et le processus de Poisson composé.

Le premier permet de modéliser une dégradation monotone croissante ou décroissante, le second une dégradation non monotone, présentant des phases de rémission passagères, et le troisième une dégradation résultant d'une accumulation de chocs à des moments aléatoires.

Les modèles classiques d'accélération en fonction des conditions d'utilisation ou d'environnement de type SVA (Standard de Vie Accélérée), tels que les lois d'Arrhenius, de Norris Landzberg, de

¹ Paul Lévy, mathématicien français (1886 -1971).

Peck, de Basquin, d'Eyring..., peuvent être également utilisées avec les lois de dégradation en faisant l'hypothèse que seul le facteur d'échelle est modifié et non la forme.

Dans la plupart des cas, la dégradation est monotone et peut donc se modéliser par un processus Gamma. L'augmentation du niveau de dégradation entre deux instants t et $t+\Delta t$ est une variable aléatoire dont le comportement est décrit par une loi Gamma de paramètres $\alpha\Delta t$ et β :

$$Z(0) = 0 \quad Z(t+\Delta t) - Z(t) \approx \text{Gamma}(\alpha\Delta t, \beta)$$

La dégradation croît alors à peu près uniformément de manière plus ou moins bruitée comme le montre la courbe supérieure de la figure 2.

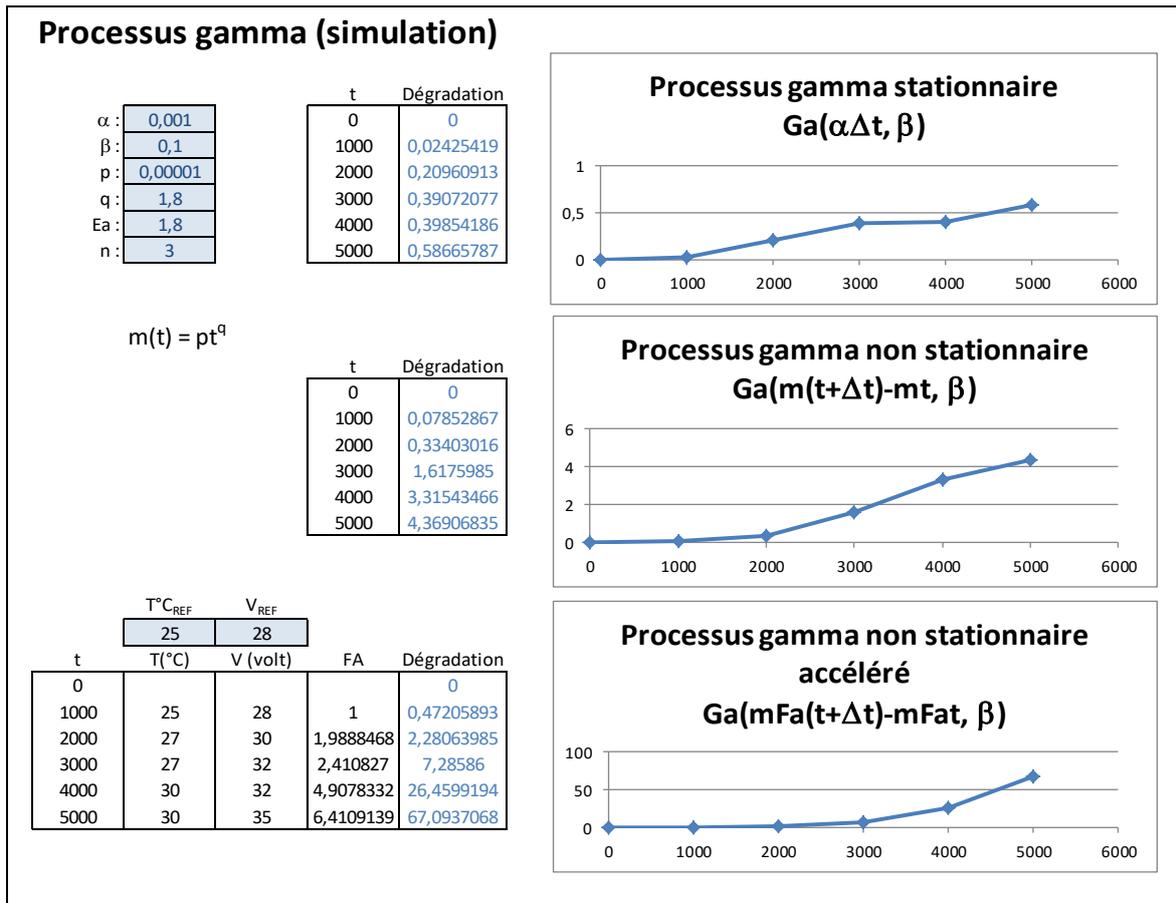


Figure 2 – Processus gamma



Feuille de calcul
Microsoft Excel

Ouverture du fichier par double clic sur l'icône :

Comme le représente la seconde courbe, ce modèle peut être rendu non stationnaire au moyen d'une fonction croissante, telle qu'une fonction puissance, de la manière suivante :

$$\text{Gamma}(\alpha\Delta t, \beta) \rightarrow \text{Gamma}(m(t+\Delta t)-m(t), \beta) \text{ avec } m(t) = p t^q \text{ avec } p \text{ et } q > 0$$

Comme le montre la troisième courbe, il peut être accéléré de la manière suivante :

$$\text{Gamma}(\alpha\Delta t, \beta) \rightarrow \text{Gamma}(m(FA \times (t+\Delta t))-m(FA \times t), \beta)$$

avec Fa , un facteur d'accélération tel que la loi d'Eyring dans cet exemple à contraintes échelonnées.

Si un seuil limite d'acceptabilité peut être fixé, le modèle de dégradation se transforme en modèle de fiabilité, comme le montre la figure 3.

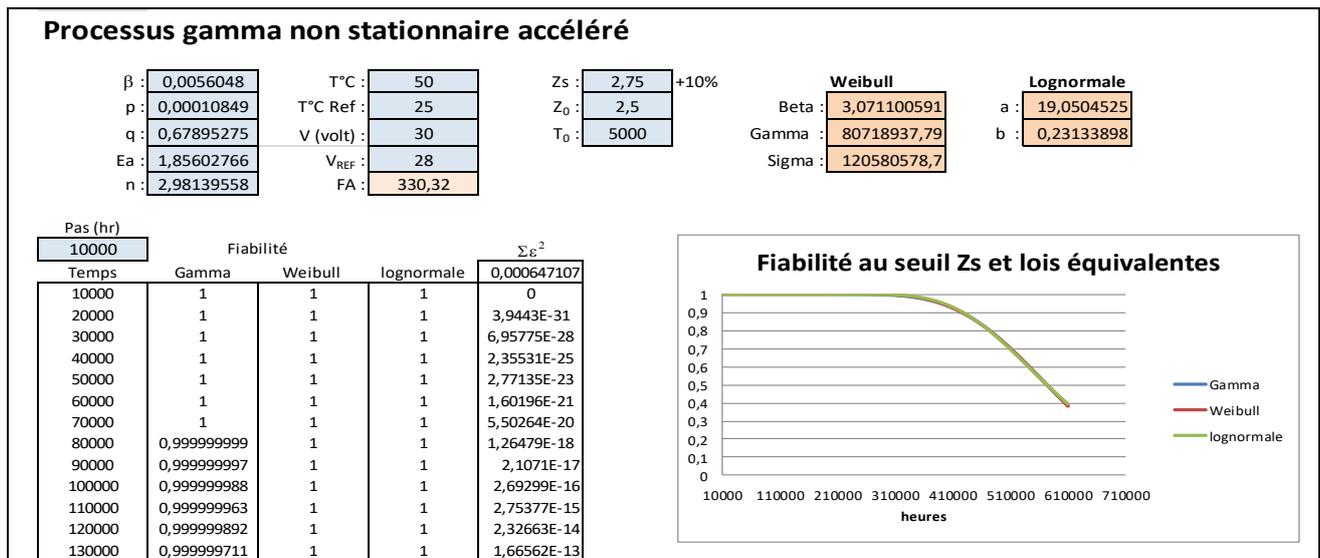


Figure 3 – Passage d'un modèle de dégradation à un modèle de fiabilité



Feuille de calcul Microsoft Excel

Ouverture du fichier par double clic sur l'icône :

La fiabilité correspond alors à la loi du premier temps de franchissement d'un seuil z_s qui a ici pour fonction de répartition :

$$F_s(t) = P(Z(t) \geq z_s - z_0) = 1 - R(t)$$

$$Z(t) : \text{loi Gamma } ((t) - (t_0), \beta) \text{ ou } ((Fa t) - (Fa t_0), \beta) \text{ cas accéléré}$$

Une loi de Weibull équivalente ou une loi log-normale peut être alors obtenue par la méthode des moindres carrés afin de simplifier les évaluations au niveau supérieur.

Si la dégradation est globalement croissante mais non monotone, en présentant d'éventuelles phases de rémission passagères, celle-ci peut se modéliser par un processus de Wiener. L'augmentation du niveau de dégradation entre deux instants t et $t+\Delta t$ est alors une variable aléatoire modélisée par une loi normale de moyenne $\mu\Delta t$ et d'écart type $\sigma\sqrt{\Delta t}$:

$$Z(0) = 0 \quad Z(t+\Delta t) - Z(t) \approx \text{Normale } (\mu\Delta t, \sigma\sqrt{\Delta t})$$

La dégradation croît alors à peu près uniformément de manière plus ou moins bruitée. Le processus de Wiener peut être rendu non stationnaire (de tendance non linéaire) et accéléré de la même manière que le processus Gamma, comme l'illustre la figure 4.

L'augmentation du niveau de dégradation entre deux instants peut se simuler, sous Excel, au moyen des expressions suivantes, respectivement dans les cas à tendance linéaire, non linéaire et accéléré :

$$=\text{LOI.NORMALE.INVERSE}(\text{ALEA}());\mu*(t_j-t_i);\sigma*\text{RACINE}(t_j-t_i))$$

$$=\text{LOI.NORMALE.INVERSE}(\text{ALEA}());p*t_j^q-p*t_i^q;\sigma*\text{RACINE}(t_j-t_i))$$

$$=\text{LOI.NORMALE.INVERSE}(\text{ALEA}());FA*p*t_j^q-FA*p*t_i^q;\sigma*\text{RACINE}(FA*(t_j-t_i))$$

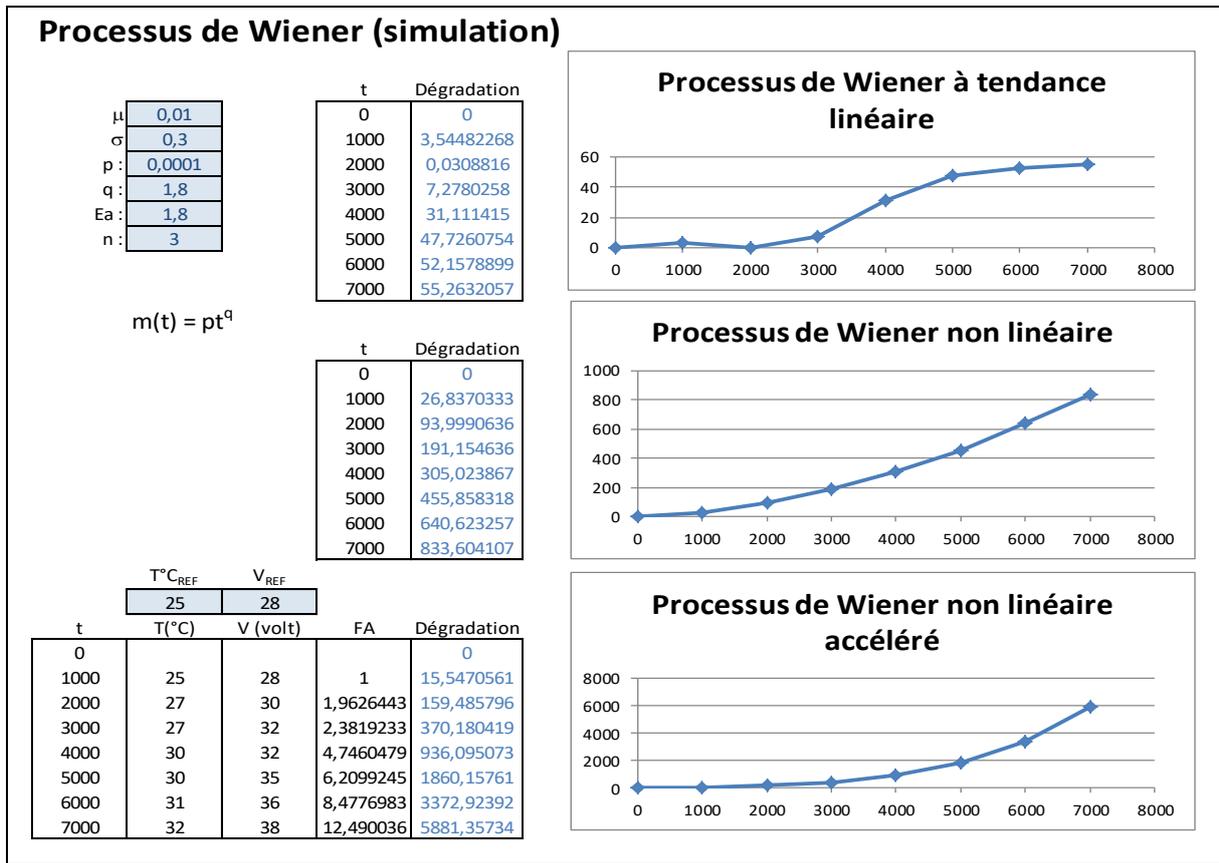


Figure 4 – Processus de Wiener



Simulation Wiener

Pour un accroissement de dégradation h, la densité de probabilité du processus de Wiener peut se calculer, sous Excel, au moyen de l'expression :

$$=LOI.NORMALE(h;\mu*(t_j-t_i);\sigma*RACINE(t_j-t_i);FAUX)$$

En utilisant la fonction pt^q , cette densité de probabilité a pour expression dans le cas non linéaire :

$$=LOI.NORMALE(h;p*t_j^q-p*t_i^q;\sigma *RACINE(t_j-t_i);FAUX)$$

En considérant un facteur d'accélération FA, cette densité de probabilité a pour expression :

$$=LOI.NORMALE(h;P *(FA *t_j)^q-P*(FA *t_i)^q;\sigma *RACINE(FA* (t_j-t_i));FAUX)$$

Si la dégradation résulte d'une accumulation de chocs à des dates aléatoires, sans modification du niveau de dégradation entre deux chocs, celle-ci peut se modéliser par un processus de Poisson composé (ou marqué). Le nombre de chocs dans un intervalle de temps est alors régi par une loi de Poisson de paramètre λ :

$$P(N_t = k) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^k}{k!}$$

La durée avant l'occurrence de N chocs est régie par une loi d'Erlang simple de paramètres N et λ (suite de N transitions de type exponentielle).

Dans le cas d'un processus de Wiener ou d'un processus de Poisson composé, la loi du premier temps de franchissement d'un seuil z_s n'a pas d'expression analytique mais la courbe de fiabilité peut s'obtenir par simulation de Monte-Carlo.

5 – Fiabilité de l'embrayage

La fiabilité de l'embrayage est conditionnée par sa rondelle de frottement dont l'épaisseur a été mesurée en clientèle sur plusieurs véhicules de kilométrages différents.

L'épaisseur de la rondelle décroît globalement mais de manière non monotone, notamment en raison des dispersions engendrées par la différence de conduite entre les véhicules.

Des résultats d'essais effectués sur un même véhicule auraient probablement montré un comportement monotone, sauf à imaginer des phénomènes physico-chimiques en surface de la rondelle durant les périodes d'inutilisation.

Dans le doute, la dégradation a été modélisée par un processus de Wiener qui a été ajusté par la méthode du maximum de vraisemblance à partir des données observées, comme le montre la figure 5.

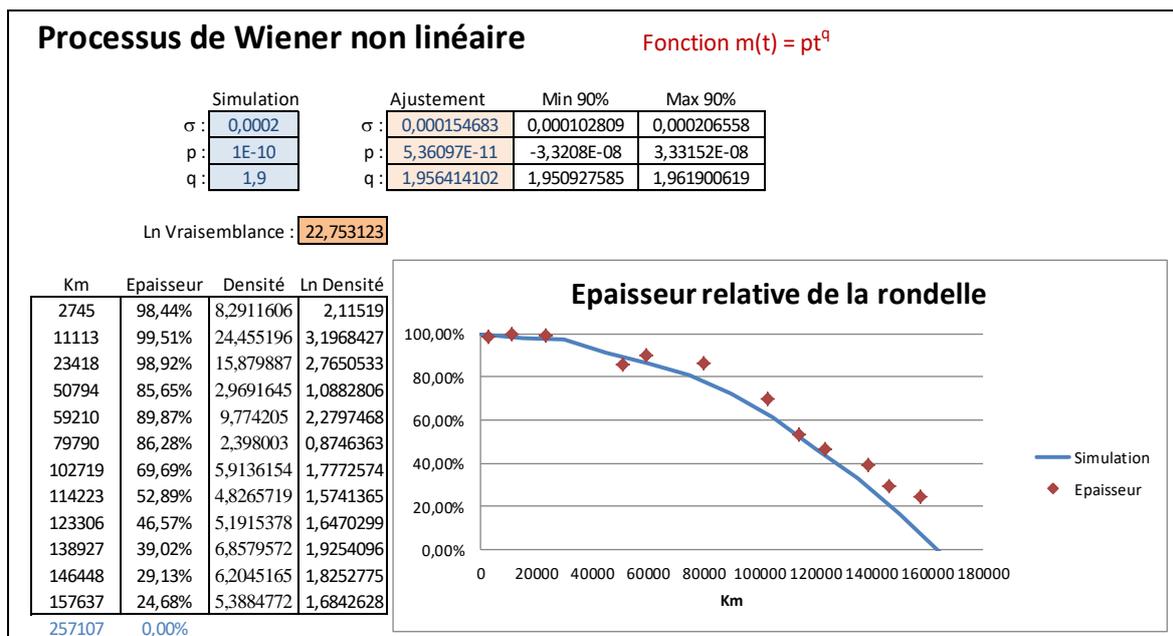


Figure 5 – Processus de Wiener



Ajustement Wiener

Estimés par l'outil Gencab, les paramètres du modèle sont encadrés par des intervalles de confiance asymptotiques à 90% (méthode de Wald).

Un trajectoire d'usure de la rondelle, simulée à partir du modèle ajusté, est représentée sur le graphique avec les données observées.

Les données « observées » ont, en fait, été préalablement simulées pour cet exemple. L'ajustement permet de retrouver approximativement les paramètres utilisés pour générer ces données.

La variabilité de la conduite pourrait être éventuellement observée par l’informatique embarqué du véhicule puis intégrée dans une loi d’accélération sous la forme d’une mesure (nombre de changements de vitesse par km, adéquation de l’instant du changement de rapport, etc.).

Aussi, l’ajustement de la figure 6 prend en compte un facteur d’accélération calculé à partir d’un indicateur de la conduite (FA = (Conduite / Conduite de référence)ⁿ).

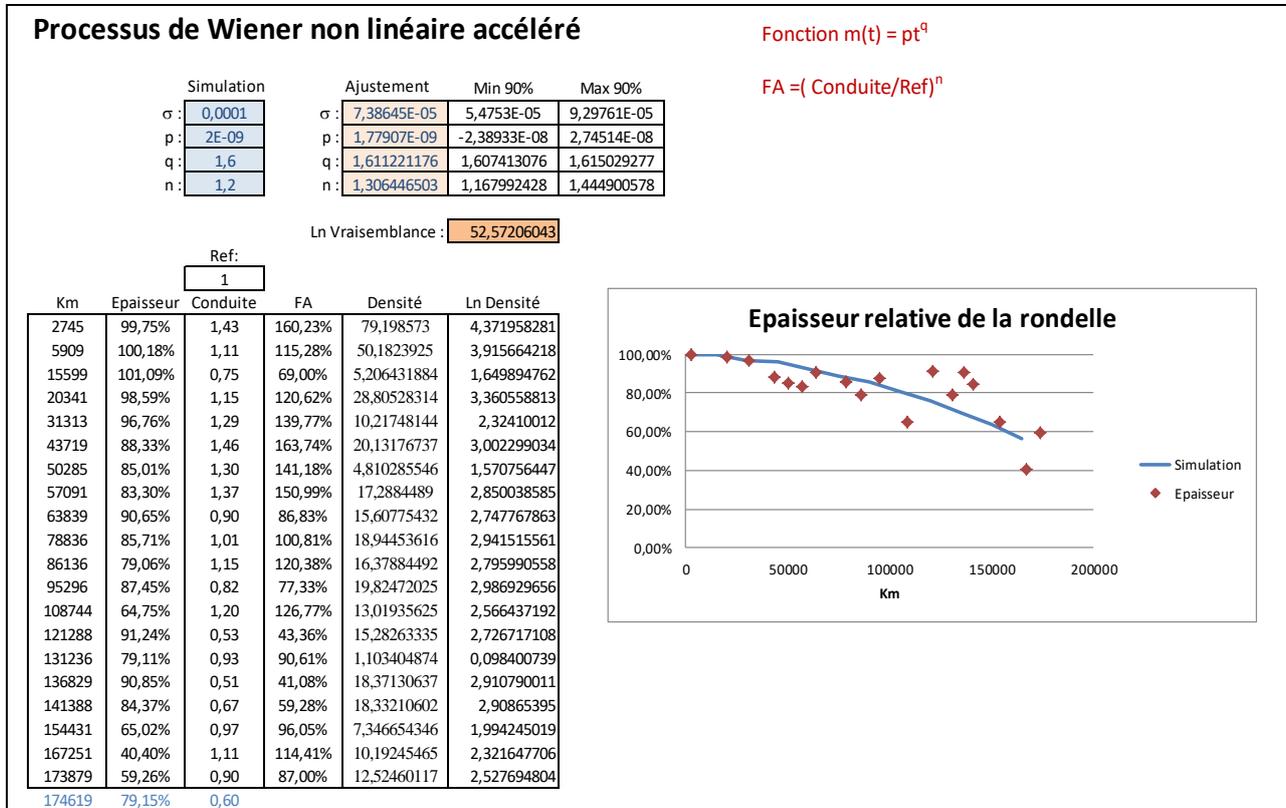


Figure 6 – Processus de Wiener accéléré



Ajustement Wiener accéléré

L’embrayage n’est plus considéré opérationnel quand l’épaisseur de la rondelle est réduite à moins de 20 % de sa taille d’origine.

La loi du premier temps de franchissement d’un seuil n’ayant pas d’expression analytique dans le cas des processus de Wiener, la courbe de fiabilité peut s’obtenir par simulation de Monte-Carlo, comme le montre la figure 7 (outil Simcab).

Le graphe de la figure 7 représente une trajectoire simulée de la dégradation, ainsi que les courbes en valeur moyenne et celles des quantiles 1 (dégradation maximale dans 99 % des cas) et 99 (dégradation minimale dans 99 % des cas) estimés à 60 % de confiance (méthode de Wilks).

La figure donne également la durée de vie moyenne de l’embrayage avec son intervalle de confiance ainsi que ses quantiles 1 et 99.

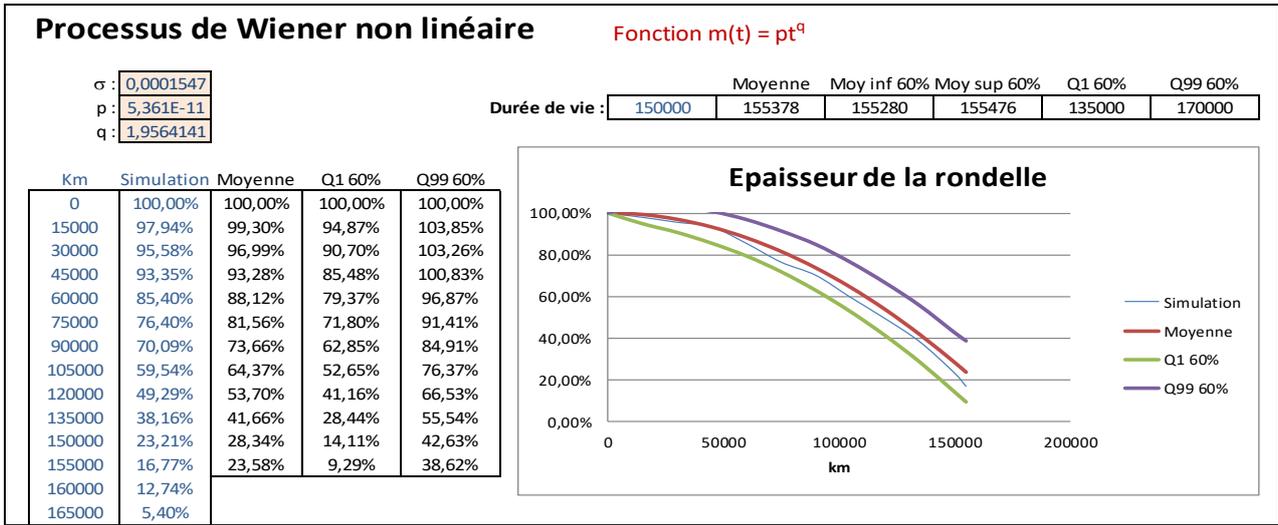


Figure 7 – Simulation du processus de Wiener



Simulation Wiener