

# TP SdF N° 8

## Anneaux de redondance

Un anneau de redondance K parmi N est une redondance de K éléments parmi N répartis selon une topologie en boucle dans laquelle les ressources disponibles sont accessibles via un jeu de relais. Ce type de redondance est utilisé pour diverses applications telles que des architectures informatiques, des mémoires de grande capacité, ou des charges utiles de satellite de télécommunication.

La principale difficulté dans l'évaluation de ce type de redondance est de vérifier si l'anneau est « parfait » et, dans le cas contraire, d'identifier les configurations de panne pour lesquelles les redondances ne sont pas accessibles. Une représentation « en étoile » facilite cette identification en mettant en évidence les symétries. A titre d'exemple, considérons 3 calculateurs ayant chacun accès à 3 cartes mémoire parmi 6 dont 3 en redondance (figure 1). Quelle est la fiabilité de la mémoire ?

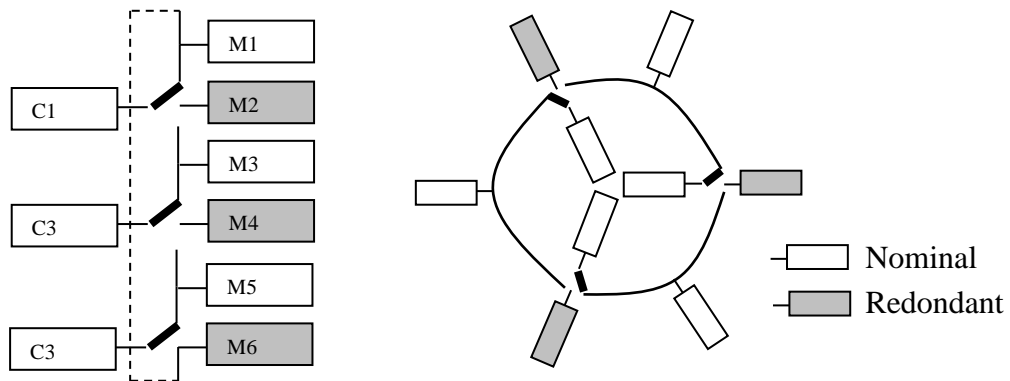


Figure 1 – Exemple d' « anneau imparfait » 3 parmi 6

Un réponse trop rapide serait celle d'une redondance passive 3 parmi 6, chaude ou froide selon que les redondances sont à l'état ON ou OFF. Mais un minimum de réflexion montre que les configurations à 3 cartes en panne d'un même ordinateur ne permettent pas d'assurer la fonction mémoire, celui-ci n'ayant plus alors accès aux cartes encore disponibles.

De même la figure 2 illustre une charge utile de télécommunication dans laquelle des amplificateurs sont accessibles aux divers canaux RF via des relais tournants. L'exemple présenté correspond à un « anneau parfait » de redondance 4 parmi 6 car les redondances sont accessibles dans toutes les configurations de doubles pannes.

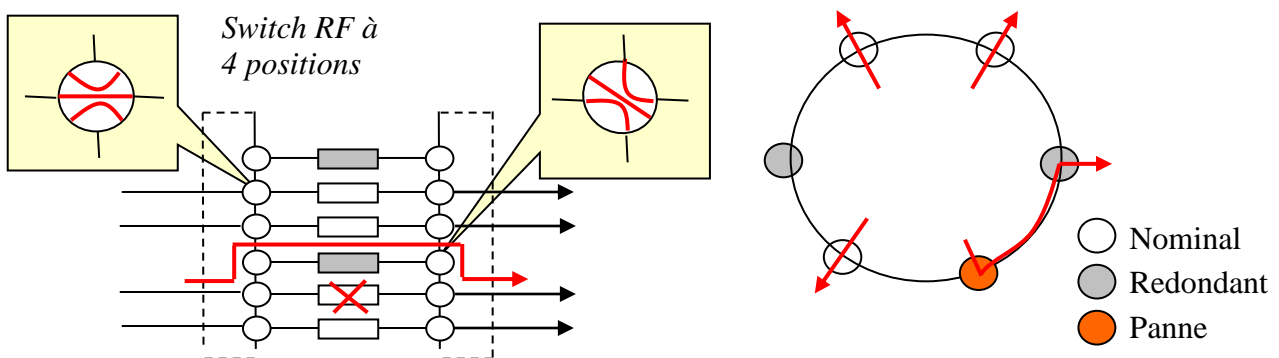


Figure 2 – Exemple d' « anneau parfait » 4 parmi 6

## Questions

1 – Evaluer la fiabilité à 15 ans de l’anneau d’amplificateurs de charge utile présenté en figure 3, en redondance 8 parmi 12 passive froide ( $\lambda_{OFF} = \lambda_{ON}/10$ ), sachant que chaque amplificateur est constitué d’un convertisseur d’alimentation ( $\lambda_{CV} = 500 \text{ fit} = 5E^{-7} \text{ hr}^{-1}$ ) et d’une partie amplification RF ( $\lambda_a = 300 \text{ fit}$ ). Le taux de défaillance à la sollicitation des relais sera négligé.

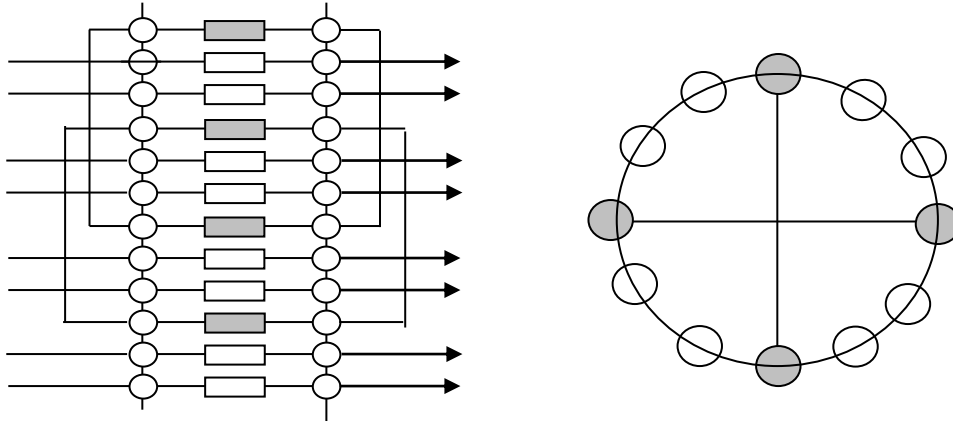


Figure 3 – anneau 8 parmi 12

2 – Evaluer la fiabilité de l’anneau dans le cas où chaque convertisseur alimente deux amplificateurs (établir un modèle markovien après identification des différents états possibles).

3 - Montrer que l’anneau de redondance présenté en figure 4 n’est pas parfait et évaluer sa fiabilité dans le cas d’alimentations simples et d’une redondance chaude 12 parmi 16. On comparera ce résultat avec celui d’un anneau parfait.

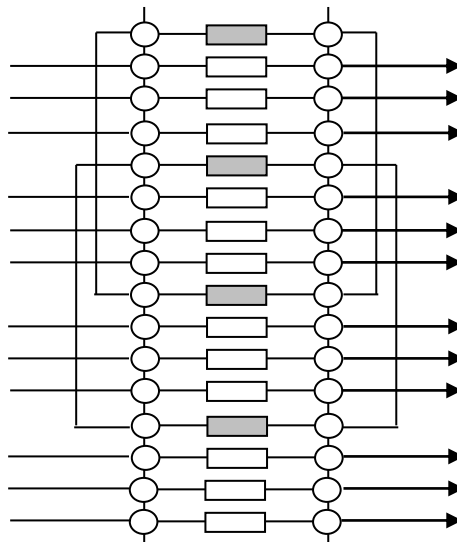


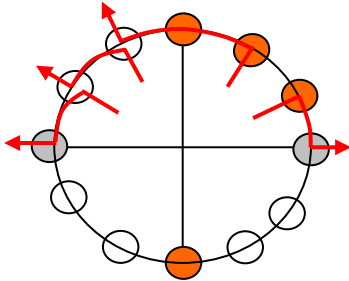
Figure 4 – Anneau 12 parmi 16

4 – Proposer une amélioration de cet anneau 12 parmi 16. La traversée d’un relais se traduisant par une légère dégradation du signal RF, on en limitera le nombre.

5 – Evaluer la fiabilité de l’anneau parfait en redondance froide 12 parmi 16 avec des alimentations simples et doubles.

## Corrigé

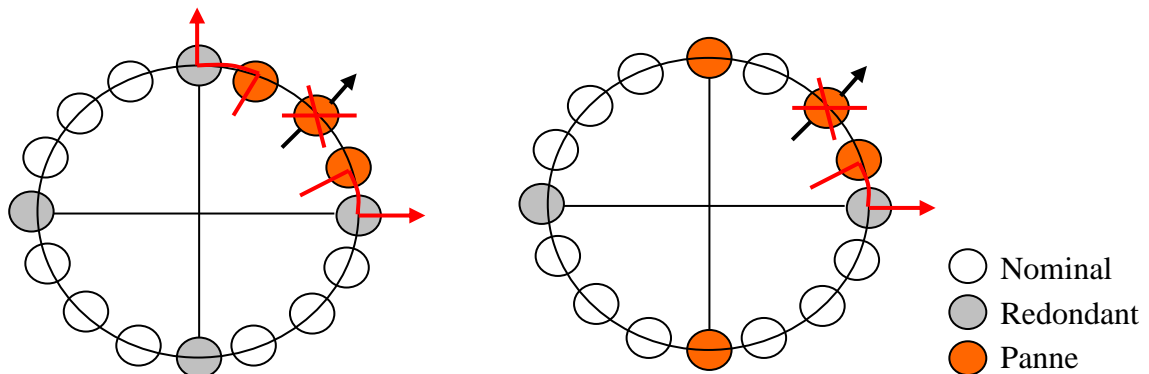
1 – L’anneau de la figure 3 est parfait car les redondances sont accessibles dans les configurations pire cas de quadruple pannes. Sa fiabilité se calcule directement par une formule de redondance passive M parmi N de type : " =REDONDANCE\_PASSIVE(M;N; λ<sub>ON</sub>; λ<sub>OFF</sub>;T)".



ELEMENTS	Taux de panne ON (fit)	Nb	Type de redondance	Taux de panne OFF (fit)	Taux d'utilisation r (%)	Fiabilité T (année) = 15
Amplificateur	300					
Alimentation	500					
	800		Passive 8/12	80		0,99805287
\$ ENSEMBLE						0,99805287

2 - Dans le cas où chaque convertisseur alimente deux amplificateurs, 10 états possibles de l’anneau peuvent être identifiés et la matrice de Markov peut se construire de la manière indiquée à la page suivante. On remarquera que la fiabilité de l’anneau est moins bonne dans cette version de charge utile plus intégrée (0,992 au lieu de 0,998).

3 - L’anneau de la figure 4 peut se représenter de la manière suivante dans laquelle il apparaît que la redondance n’est pas robuste à la perte de 3 amplificateurs nominaux du même secteur ou de celle de 2 amplificateurs nominaux du même secteur, de l’un des amplificateurs redondants en bout du secteur considéré, et de l’amplificateur redondant relié à ce dernier.



La fiabilité de l’anneau parfait peut s’évaluer en utilisant une formule de redondance active ou en identifiant tous les états de bon fonctionnement, soit :

$$R = r^{16} + C^1_{16} (1-r) r^{15} + C^2_{16} (1-r)^2 r^{14} + C^3_{16} (1-r)^3 r^{13} + C^4_{16} (1-r)^4 r^{12} = \mathbf{0,9831 \text{ à } 15 \text{ ans}}$$

avec r la fiabilité d’un amplificateur et de son alimentation :  $e^{-(500+300)*E-9*15*365*24} = 0,9002 \text{ à } 15 \text{ ans}$

La fiabilité de l’anneau imparfait peut alors s’évaluer de la manière suivante :

$$R' = R - 4 (1-r)^3 C^1_{13} (1-r) r^{12} - 2 (1-r)^2 4 C^2_3 (1-r)^2 r^{12} = \mathbf{0,9810 \text{ à } 15 \text{ ans}}$$

*3 pannes même secteur + 1 panne 2 pannes redondantes + 2 pannes même secteur*

Les courageux pourront refaire cette comparaison dans le cas d’une redondance froide en ajoutant au modèle markovien établi à la question 5, les deux états regroupés non fonctionnels.

## Anneau 8 parmi 12 - Alimentation double

λ Alim :	A :	5,E-07	Aoff :	5,E-08
λ Ampli :	CV :	3,E-07	CVoff :	3,E-08

MAT :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tout ok : 1	-	8*A+4*Aoff				4*CV+2*CVoff				
Perte 1 Ampli : 2		-	8*A+2*Aoff			1*Aoff+1*CVoff	4*CV+1*CVoff			
Perte 2 Amplis : 3			-	8*A			2*Aoff+2*CVoff	4*CV		
Perte 3 Amplis : 4				-	8*A			1*Aoff+1*CVoff+2*CV		3*CV
Perte 4 Amplis : 5					-					8*A+6*CV
Perte 1 Alim : 6						-	8*A+2*Aoff		4*CV+1*CVoff	
Perte 1 Alim + 1 Ampli : 7							-	8*A	1*Aoff+1*CVoff	4*CV
Perte 1 Alim + 2 Amplis : 8								-		8*A+5*CV
Perte 2 Alim : 9									-	8*A+4*CV
Perte mission : 10										-

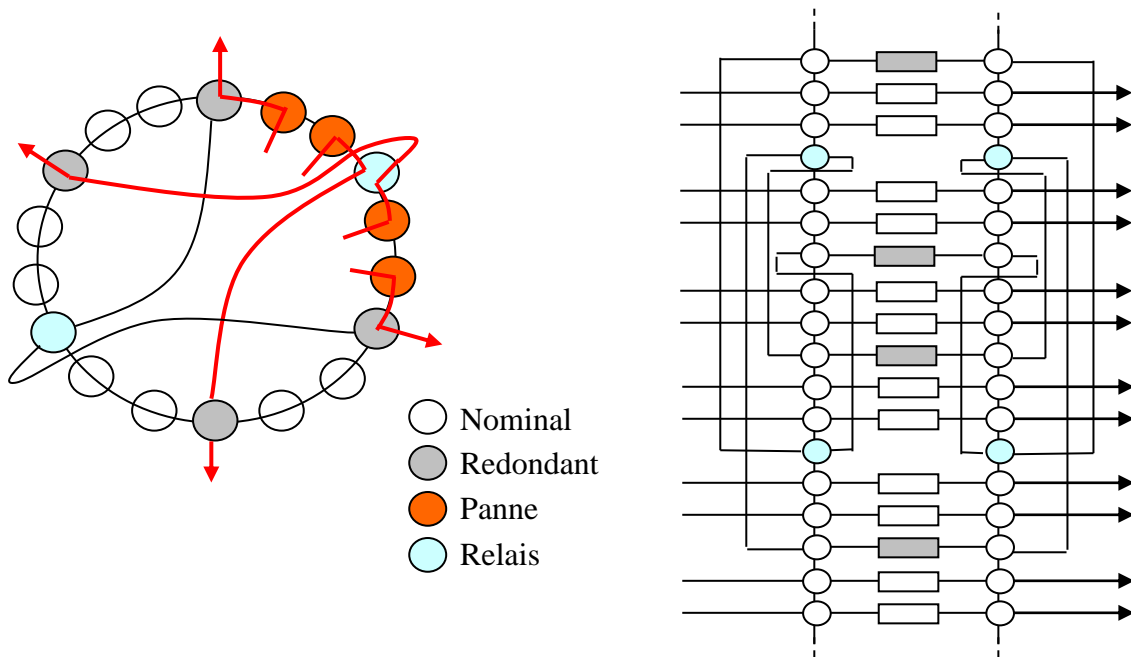
MAT :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tout ok : 1	-	0,0000042				0,00000126				
Perte 1 Ampli : 2		-	0,0000041			0,00000008	0,00000123			
Perte 2 Amplis : 3			-	4E-06			0,00000016	0,0000012		
Perte 3 Amplis : 4				-	4E-06			0,00000068		9E-07
Perte 4 Amplis : 5					-					5,8E-06
Perte 1 Alim : 6						-	0,0000041		0,00000123	
Perte 1 Alim + 1 Ampli : 7							-	0,000004	0,00000008	1,2E-06
Perte 1 Alim + 2 Amplis : 8								-		5,5E-06
Perte 2 Alim : 9									-	5,2E-06
Perte mission : 10										-

INIT :	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
--------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

ETATS :	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Probabilité : 0,9921091  
 à t (hr) : 131400

4 - L'anneau de la figure 4 peut être rendu parfait en y ajoutant 2 relais qui permettent d'accéder aux redondances dans toutes les configurations à 4 pannes. Dans le pire cas, le signal RF transite par 3 relais.



5 – Dans le cas d'alimentations simples, la fiabilité de l'anneau peut à nouveau se calculer au moyen d'une formule de redondance :

ELEMENTS	Taux de panne ON (fit)	Nb	Type de redondance	Taux de panne OFF (fit)	Taux d'utilisation r (%)	Fiabilité T (année) = 15	
Amplificateur	300						
Alimentation	500						
	800		Passive 12/16	80		0,98989867	
\$	ENSEMBLE						0,98989867

Dans le cas d'alimentations doubles, la redondance peut faire l'objet du traitement markovien indiqué à la page suivante. La fiabilité de l'anneau est à nouveau moins bonne dans la version de charge utile plus intégrée (0,975 au lieu de 0,989).

## Anneau 12 parmi 16 - Alimentation double

λ Alim :	A :	5,E-07	Aoff :	5,E-08
λ Ampli :	CV :	3,E-07	CVoff :	3,E-08

MAT :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tout ok : 1	-	12*A+4*Aoff				6*CV+2*CVoff				
Perte 1 Ampli : 2		-	12*A+2*Aoff			1*Aoff+1*CVoff	6*CV+1*CVoff			
Perte 2 Amplis : 3			-	12*A			2*Aoff+2*CVoff	6*CV		
Perte 3 Amplis : 4				-	12*A			1*Aoff+1*CVoff+2*CV		5*CV
Perte 4 Amplis : 5					-					12*A+8*CV
Perte 1 Alim : 6						-	12*A+2*Aoff		6*CV+1*CVoff	
Perte 1 Alim + 1 Ampli : 7							-	12*A	1*Aoff+1*CVoff	6*CV
Perte 1 Alim + 2 Amplis : 8								-		12*A+7*CV
Perte 2 Alim : 9									-	12*A+6*CV
Perte mission : 10										-

MAT :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tout ok : 1	-	0,0000062				0,00000186				
Perte 1 Ampli : 2		-	0,0000061			0,00000008	0,00000183			
Perte 2 Amplis : 3			-	6E-06			0,00000016	0,0000018		
Perte 3 Amplis : 4				-	0			0,00000068		0,0000015
Perte 4 Amplis : 5					-					0,0000084
Perte 1 Alim : 6						-	0,0000061		0,00000183	
Perte 1 Alim + 1 Ampli : 7							-	0,000006	0,00000008	0,0000018
Perte 1 Alim + 2 Amplis : 8								-		0,0000081
Perte 2 Alim : 9									-	0,0000078
Perte mission : 10										-

INIT :	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
--------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

ETATS :	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Probabilité : 0,97528483  
 à t (hr) : 131400